

GRAŻYNA CZENSKOWSKA

**NOWA MATURA
Z MATEMATYKI
Od 2023 r.
ZAKRES PODSTAWOWY**

**NOWA MATURA
Z MATEMATYKI
Od 2023 r.
ZAKRES PODSTAWOWY**

©Copyright by Grażyna Czenskowska

Autor: Grażyna Czenskowska

Tytuł: Nowa matura z matematyki od 2023 r. Zakres podstawowy

Okładka: Grażyna Czenskowska

Kontakt: graczen@wp.pl

ISBN: 978-83-962950-1-9

Wydanie I

Warszawa 2021

Niniejsza publikacja, ani żadna jej część nie może być kopiowana, ani w jakikolwiek inny sposób reprodukowana, powielana, ani odczytywana w środkach publicznego przekazu bez pisemnej zgody wydawcy. Wykonywanie kopii metodą kserograficzną, fotograficzną, a także kopiowanie książki na nośniku filmowym, magnetycznym lub innym powoduje naruszenie praw autorskich niniejszej publikacji.

Wszelkie prawa zastrzeżone.

All rights reserved

SPIS TREŚCI

ROZDZIAŁ 1. Liczby rzeczywiste str. 8

1. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory
2. Pierwiastki
3. Potęgi
4. Logarytmy
5. Procenty
6. Lokaty bankowe
7. Wartość bezwzględna
8. Błąd względny i bezwzględny

ZADANIA

ROZDZIAŁ 2. Wyrażenia algebraiczne str. 24

1. Wzory skróconego mnożenia
2. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych
3. Dowody algebraiczne

ZADANIA

ROZDZIAŁ 3. Równania , nierówności i układy równań str. 31

RÓWNANIA

1. Równanie liniowe
2. Równanie kwadratowe
3. Równanie wielomianowe w postaci iloczynowej
4. Równanie wielomianowe w postaci ogólnej
5. Proporcja
6. Równanie z wartością bezwzględną
7. Równanie z niewiadomą pomocniczą

NIERÓWNOŚCI

8. Nierówności liniowe
9. Nierówności kwadratowe
10. Nierówności z wartością bezwzględną

UKŁADY RÓWNAŃ

11. Układy równań liniowych. Metoda podstawiania i metoda przeciwnych współczynników
12. Układ równań pierwszego i drugiego stopnia

ZADANIA

ROZDZIAŁ 4. Funkcje str. 50

1. Definicja i własności funkcji
2. Przekształcanie wykresu funkcji
3. Funkcja liniowa
4. Funkcja kwadratowa
5. Wielomiany
6. Proporcjonalność odwrotna. Funkcja wymierna
7. Funkcja wykładnicza
8. Funkcja logarytmiczna

ZADANIA

ROZDZIAŁ 5. Ciągi str. 80

1. Definicja i własności ciągów.
2. Wzór ogólny i wzór rekurencyjny
3. Ciąg arytmetyczny
4. Ciąg geometryczny

ZADANIA

ROZDZIAŁ 6. Trygonometria str. 89

1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego
2. Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego
3. Tożsamości trygonometryczne
4. Wzory redukcyjne

ZADANIA

ROZDZIAŁ 7. Planimetria str. 97

1. Trójkąty – wzory , własności, twierdzenia
2. Czworokąty
3. Okręgi i koła
4. Wielokąty
5. Prosta i okrąg

ZADANIA

ROZDZIAŁ 8. Geometria analityczna str. 120

1. Punkty w układzie współrzędnych
2. Proste w postaci kierunkowej i postaci ogólnej
3. Okrąg

ZADANIA

ROZDZIAŁ 9. Stereometria str. 130

1. Graniastosłupy
2. Kąty w graniastosłupie
3. Ostrosłupy
4. Kąty w ostrosłupie
5. Wielościany foremne
6. Bryły obrotowe: walec, stożek, kula

ZADANIA

ROZDZIAŁ 10. Statystyka str. 143

1. Średnia arytmetyczna
2. Średnia ważona
3. Mediana
4. Dominanta
5. Skala centylowa
6. Wariancja
7. Odchylenie standardowe
8. Wartość oczekiwana wygranej

ZADANIA

ROZDZIAŁ 11. Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa str. 149

1. Zasada mnożenia
2. Zasada dodawania
3. Liczby wielocyfrowe
4. Prawdopodobieństwo klasyczne
5. Własności prawdopodobieństwa

ZADANIA

ROZDZIAŁ 12. Optymalizacja str. 157

1. Największa i najmniejsza wartość funkcji kwadratowej w przedziale zamkniętym

ZADANIA

ODPOWIEDZI str. 159

ROZDZIAŁ 1

LICZBY RZECZYWISTE

1. Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory

Liczby rzeczywiste oznaczamy symbolem R

R_+ – liczby rzeczywiste dodatnie

R_- – liczby rzeczywiste ujemne

$R_+ \cup \{0\}$ – liczby nieujemne ($x \geq 0$)

$R_- \cup \{0\}$ – liczby niedodatnie ($x \leq 0$)

Q lub W – liczby wymierne, czyli takie, które można przedstawić w postaci ułamka zwykłego

IQ lub nW – liczby niewymierne

C lub Z – liczby całkowite

N – liczby naturalne

$N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

N_+ – liczby naturalne dodatnie

$N_+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

2. Pierwiastki

Podstawowe wzory:

1. Każdy pierwiastek można zapisać w postaci potęgi

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$(\sqrt[n]{a})^k = a^{\frac{k}{n}}$$

$$np. \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}, \quad \sqrt[3]{4} = 4^{\frac{1}{3}}, \quad \sqrt[5]{3} = 3^{\frac{1}{5}}, \quad \sqrt[3]{2^5} = 2^{\frac{5}{3}}$$

2. Jeżeli mnożymy pierwiastki tego samego stopnia, to możemy pomnożyć liczby pod pierwiastkiem

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$np. \sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{32}) = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{64} = 2 + 8 = 10$$

3. Jeżeli dzielimy pierwiastki tego samego stopnia, to możemy podzielić liczby pod pierwiastkiem

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$$

$$np. \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5$$

4. Jeżeli pierwiastek podnosimy do potęgi, to możemy podnieść do potęgi liczbę pod pierwiastkiem

$$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$$

$$np. (\sqrt[6]{8})^2 = \sqrt[6]{8^2} = \sqrt[6]{64} = 2$$

5. Jeżeli pierwiastek stopnia n podnosimy do potęgi n, to otrzymujemy liczbę która była pod pierwiastkiem

$$(\sqrt[n]{a})^n = a$$

$$np. \sqrt{a^2} = a, \quad \sqrt[3]{a^3} = a, \dots$$

6. Ważna własność

$$\sqrt{x^2} = |x|, \quad (\sqrt{x})^2 = x$$

7. Mnożąc wyrażenia mieszane (liczby i pierwiastki) mnożymy najpierw liczby, a potem pierwiastki

$$np. \quad 4\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{2} = 4 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = 20\sqrt{6}$$

8. Usuwanie niewymierności z mianownika.

$$np. \quad \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

9. Jeżeli w mianowniku jest suma lub różnica to licznik i mianownik mnożymy przez wyrażenie sprzężone. To znaczy jak był $(-)$ to mnożymy przez wyrażenie z $(+)$, a jak był $(+)$ to mnożymy przez wyrażenie z $(-)$.

$$\frac{2}{2-\sqrt{3}} = \frac{2}{2-\sqrt{3}} \cdot \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{2^2-\sqrt{3}^2} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{4-3} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{1} = 2(2+\sqrt{3})$$

10. Wylączenie liczby spod pierwiastka

$$np. \quad \sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

11. Włączanie liczby pod pierwiastek

$$np. \quad 2\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 6} = \sqrt[3]{8 \cdot 6} = \sqrt[3]{48}$$

3. Potęgi

a^n – potęga o podstawie a i wykładniku n

a - podstawa potęgi

n - wykładnik potęgi

Podstawowe wzory:

Przy ujemnym wykładniku odwracamy liczbę, którą potęgujemy, a minus przy wykładniku znika

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

Przy wykładniku ułamkowym stosujemy pierwiastki. Stopień pierwiastka to mianownik wykładnika potęgi

$$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$$

$$a^n \cdot a^k = a^{n+k}$$

$$\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$$

$$(a^n)^k = a^{n \cdot k}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n \quad \wedge \quad a \neq 0$$

$$a^0 = 1$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{k}{n}} = \sqrt[n]{a^k}$$

PRZYKŁADY

a) Oblicz:

$$3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}, \quad \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = 4^1 = 4$$

$$\left(1\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

b) Zapisz wyrażenie w postaci jednej potęgi

$$\frac{5^8 2^{10}}{100^4} = \frac{5^8 2^{10}}{25^4 4^4} = \frac{5^8 2^{10}}{5^8 2^8} = 2^2$$

4. Logarytm

$\log_a b$ – logarytm przy podstawie a z liczby b

Definicja:

Logarytmem przy podstawie a z liczby b nazywamy wykładnik potęgi c do której należy podnieść a , żeby otrzymać b

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

$$a > 0, b > 0, a \neq 1$$

Np. liczbę 2 należy podnieść do potęgi trzeciej, żeby otrzymać 8 czyli $\log_2 8 = 3$,

a . liczbę 3 należy podnieść do potęgi czwartej, żeby otrzymać 81 więc $\log_3 81 = 4$

WŁASNOŚCI LOGARYTMÓW

$$\log_a x, \log_a y \text{ dla } a > 0, x, y > 0, a \neq 1$$

WŁ1. Jeżeli dodajemy logarytmy o takich samych podstawach, to mnożymy liczby logarytmowane

$$\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$$



Grażyna Czenskowska – z wykształcenia matematyk przez wiele lat pracowała w renomowanych warszawskich liceach: VIII LO im. Władysława IV, XXXV LO im. Bolesława Prusa, NLO 81 SGH.

Swoje doświadczenie w pracy z uczniami wykorzystuje pisząc książki z dziedziny matematyki. Autorka serii pt.: „Przed klasówką i maturą z matematyki” oraz „Matura podstawowa z matematyki 2022, 2023....

Najnowsza książka pt. „Nowa matura z matematyki od r. 2023. Zakres podstawowy” jest kursem przygotowawczym do obowiązkowej matury z matematyki według nowej formuły 2023.

Publikacja jest zgodna z zaleceniami Centralnej Komisji Egzaminacyjnej. Zawiera teorię, przykładowe zadania z rozwiązaniami i wyjaśnieniami, nowe typy zadań i ponad 240 zadań do samodzielnego rozwiązania. Do wszystkich zadań podane są odpowiedzi.

„Nowa matura z matematyki od r. 2023. Zakres podstawowy” to pełny kurs do matury podstawowej. Zawiera wszystkie zagadnienia podane w Informatorze o egzaminie maturalnym 2023.

Jest to doskonała pomoc w przygotowaniu się do nowej matury.

Książka zawiera:

Wiedzę teoretyczną

Przykłady z rozwiązaniami i wyjaśnieniami

Nowe typy zadań

Zadania do samodzielnego rozwiązania

Odpowiedzi do wszystkich zadań