

# MATEMATYKA

PORADNIK  
ENCYKLOPEDYCZNY

I.N. BRONSZTEJN  
K.A. SIEMIENDIAJEW

**MASZ...  
...ZDASZ**

egzamin  
testy



**PWN**

# MATEMATYKA

PORADNIK  
ENCYKLOPEDYCZNY



# MATEMATYKA

PORADNIK  
ENCYKLOPEDYCZNY

---

**I.N. BRONSZTEJN**  
**K.A. SIEMIENDIAJEW**

Tłumaczyli  
Stefan Czarnecki  
Robert Bartoszyński

Wydanie dwudzieste



[Kup książkę](#)

Tytuł oryginału:

СПРАВОЧНИК ПО МАТЕМАТИКЕ  
ДЛЯ ИНЖЕНЕРОВ И УЧАЩИХСЯ ВТУЗОВ

Государственное Издательство  
Физико-математической Литературы  
Москва 1965

© Copyright 1965 Fizmatgis

Taschenbuch der Mathematik  
B.G. Teubner Verlagsgesellschaft  
Leipzig 1959

Projekt okładki i stron tytułowych *Joanna Gwis*

Książka, którą nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy, abyś przestrzegał praw, jakie im przysługują. Jej zawartość możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym. Ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. A kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

Szanujemy cudzą własność i prawo  
Więcej na [www.legalnakultura.pl](http://www.legalnakultura.pl)  
Polska Izba Książki

© Copyright for the Polish edition by  
Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1985

Copyright © for the Polish edition by  
Wydawnictwo Naukowe PWN Sp. z o.o., Warszawa 1995

Copyright © for the Polish edition by  
Wydawnictwo Naukowe PWN SA, Warszawa 1998

ISBN 978-83-01-16163-7

Wydanie XX – 2 dodruk  
Warszawa 2014

Wydawnictwo Naukowe PWN SA  
tel.: 22 69 54 321; faks: 22 69 54 288  
infolinia 801 33 33 88  
e-mail: [pwn@pwn.com.pl](mailto:pwn@pwn.com.pl); [www.pwn.pl](http://www.pwn.pl)  
Druk i oprawa: OSDW Azymut Sp. z o.o.

Kup książkę

## PRZEDMOWA

Napisanie poradnika o niewielkiej objętości, w którym byłyby podane podstawowe wiadomości z dziedziny matematyki niezbędne dla studentów szkół wyższych i użytkowników w ich nauce i działalności praktycznej, jest zadaniem niezwykle trudnym. Dążąc do zwiększenia wykładu, Autorzy usiłowali jednak dać poradnik przystępny, wygodny w użyciu i pod względem matematycznym w miarę możliwości ścisły.

Należy zaznaczyć, że książka ta, to nie podręcznik ani skrót podręcznika, lecz poradnik; dlatego nie ma tu takiej systematyczności, jaką powinien cechować się podręcznik. Nie powinno więc dziwić Czytelnika, że na przykład reguła de l'Hospitala znalazła się w paragrafie o obliczaniu granic, który jest częścią rozdziału *Wstęp do analizy*, umieszczonego przed wprowadzeniem pojęcia pochodnej, a informacje o funkcji gamma — w rozdziale *Algebra*, bezpośrednio po pojęciu silni. Takich „niewłaściwości” jest w poradniku bardzo dużo. Dlatego też Czytelnikowi pragnącemu uzyskać taką czy inną informację radzimy posługiwać się nie tylko spisem rzeczy, ale i skrowidzem alfabetycznym zamieszczonym na końcu książki. Jeżeli w tekście poradnika jest wzmianka o zagadnieniu wyjaśnionym bardziej szczegółowo w innym miejscu książki, wskazuje się wtedy w odsyłaczu odpowiednią stronicę.

★

W drugim polskim wydaniu *Poradnika* zostały wprowadzone następujące większe zmiany w stosunku do pierwszego wydania. Mianowicie dodano dwa rozdziały: *Rachunek wariacyjny* i *Równania całkowe*, przetłumaczone z niemieckiego wydania tej książki (*Taschenbuch der Mathematik*, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1959), oraz rozdział *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna*, opracowany przez R. Bartoszyńskiego. Ponadto zostały usunięte zauważone drobne usterki z poprzedniego wydania.



# OZNACZENIA MATEMATYCZNE

## I. Związki między wielkościami

|           |                          |
|-----------|--------------------------|
| $=$       | równa się                |
| $\equiv$  | równa się tożsamościowo  |
| $\neq$    | nie równa się            |
| $\approx$ | równa się w przybliżeniu |
| $<$       | jest mniejsze            |
| $>$       | jest większe             |
| $\leq$    | jest mniejsze lub równe  |
| $\geq$    | jest większe lub równe   |

## II. Algebra

|                                                          |                                                                                                             |
|----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $ a $                                                    | bezwzględna wartość liczby $a$                                                                              |
| $+$                                                      | plus (dodawanie)                                                                                            |
| $-$                                                      | minus (odejmowanie)                                                                                         |
| $\cdot$ lub $\times$                                     | mnożenie, na przykład $a \cdot b$ lub $a \times b$ ; znak mnożenia bywa często opuszczany, na przykład $ab$ |
| $:$ lub $-$ , lub $/$                                    | dzielenie, na przykład $a : b$ lub $\frac{a}{b}$ , lub $a/b$                                                |
| $a^m$                                                    | $a$ do potęgi $m$                                                                                           |
| $\sqrt{\quad}$                                           | pierwiastek kwadratowy, na przykład $\sqrt{a}$                                                              |
| $\sqrt[n]{\quad}$                                        | pierwiastek stopnia $n$ , na przykład $\sqrt[n]{a}$                                                         |
| $\log_b$                                                 | logarytm przy podstawie $b$ , na przykład $5 = \log_2 32$ (str. 163) <sup>(1)</sup>                         |
| $\log$                                                   | logarytm dziesiętny, na przykład $2 = \log 100$ (str. 164)                                                  |
| $\ln$                                                    | logarytm naturalny, na przykład $1 = \ln e$ (str. 164)                                                      |
| $\exp x$                                                 | funkcja wykładnicza $e^x$                                                                                   |
| $(\quad), \langle \quad \rangle, [ \quad ], \{ \quad \}$ | nawiasy (kolejność działań)                                                                                 |
| $!$                                                      | silnia, na przykład $a!, 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$ (str. 203).                  |

<sup>(1)</sup> W nawiasach podano stronice *Poradnika*, na których objaśnione zostały odpowiednie pojęcia.

### III. Geometria

|                   |                                                              |
|-------------------|--------------------------------------------------------------|
| $\perp$           | jest prostopadłe                                             |
| $\parallel$       | jest równoległe                                              |
| $\#$              | jest równe i równoległe                                      |
| $\sim$            | jest podobne, na przykład $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ |
| $\triangle$       | trójkąt                                                      |
| $\sphericalangle$ | kąt, na przykład $\sphericalangle ABC$                       |
| $\frown$          | łuk, na przykład $\frown AB$ lub $\smile AB$                 |
| $^{\circ}$        | stopień                                                      |
| $'$               | minuta                                                       |
| $''$              | sekunda                                                      |

### IV. Trygonometria, funkcje hiperboliczne

|        |                              |              |
|--------|------------------------------|--------------|
| sin    | sinus                        | } (str. 230) |
| cos    | cosinus                      |              |
| tg     | tangens                      |              |
| ctg    | cotangens                    |              |
| sec    | secans                       |              |
| cosec  | cosecans                     | } (str. 242) |
| arcsin | arcus sinus                  |              |
| arccos | arcus cosinus                |              |
| arctg  | arcus tangens                |              |
| arcctg | arcus cotangens              |              |
| sinh   | sinus hiperboliczny          | } (str. 248) |
| cosh   | cosinus hiperboliczny        |              |
| tgh    | tangens hiperboliczny        |              |
| ctgh   | cotangens hiperboliczny      |              |
| sech   | secans hiperboliczny         |              |
| cosech | cosecans hiperboliczny       | } (str. 252) |
| arsinh | area sinus hiperboliczny     |              |
| arcosh | area cosinus hiperboliczny   |              |
| artgh  | area tangens hiperboliczny   |              |
| arctgh | area cotangens hiperboliczny |              |

### V. Oznaczenia stałych

|                         |                                                      |
|-------------------------|------------------------------------------------------|
| const                   | wielkość stała (constans)                            |
| $\pi = 3,14159\dots$    | stosunek długości obwodu koła do średnicy (str. 215) |
| $e = 2,71828\dots$      | podstawa logarytmów naturalnych (str. 358)           |
| $\gamma = 0,57722\dots$ | stała Eulera (str. 358)                              |

### VI. Analiza matematyczna

|               |                            |                                                                                |
|---------------|----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| lim           | granica (limes)            | } na przykład $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ |
| $\rightarrow$ | (str. 344, 355)            |                                                                                |
| $\infty$      | dąży do ... nieskończoność |                                                                                |



|             |                                                                                   |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| $\bar{a}$   | liczba sprzężona z $a$ , na przykład $a = 2 + 3i$ , $\bar{a} = 2 - 3i$ (str. 619) |
| $\text{Ln}$ | logarytm (naturalny) liczby zespolonej (str. 625)                                 |

### VIII. Rachunek wektorowy

|                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $a, b, c$<br>$\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$<br>$a^0$<br>$i, j, k$                                      | oznaczenia wektorów (str. 646)                                                                                                                                                                                                                         |
| $ a $ lub $a$<br>$a = b$<br>$a + b$<br>$a - b$                                                      | wersor o tym kierunku co wektor $a$ (str. 647)<br>wersory w układzie współrzędnych prostokątnych (str. 647)<br>długość (bezwzględna wartość) wektora $a$ (str. 646)<br>równość, dodawanie, odejmowanie wektorów (str. 646, 648)                        |
| $aa$<br>$ab$ lub $a \cdot b$<br>$a \times b$ lub $[ab]$<br>$abc = (a \times b)c$<br>$a_x, a_y, a_z$ | mnożenie składowe przez wektor (str. 648)<br>iloczyn skalarny wektorów (str. 650)<br>iloczyn wektorowy wektorów (str. 650)<br>iloczyn mieszany trzech wektorów (str. 651)<br>współrzędne wektora $a$ w układzie współrzędnych prostokątnych (str. 649) |
| $\nabla$                                                                                            | operator różniczkowy Hamiltona (nabla) (str. 677)                                                                                                                                                                                                      |
| $\Delta$                                                                                            | operator Laplace'a (str. 678)                                                                                                                                                                                                                          |
| grad<br>div                                                                                         | gradient pola skalarnego ( $\text{grad } \varphi = \nabla \varphi$ ) (str. 666)<br>dywergencja pola wektorowego ( $\text{div } V = \nabla V$ ) (str. 675)                                                                                              |
| rot                                                                                                 | rotacja pola wektorowego ( $\text{rot } V = \nabla \times V$ ) (str. 675)                                                                                                                                                                              |
| $\frac{\partial U}{\partial c}$                                                                     | pochodna pola skalarnego względem wektora $c$ (str. 666)                                                                                                                                                                                               |

### ALFABET GRECKI

|                         |                          |                       |                       |
|-------------------------|--------------------------|-----------------------|-----------------------|
| $A \alpha$ alfa         | $H \eta$ eta             | $N \nu$ ni            | $T \tau$ tau          |
| $B \beta$ beta          | $\Theta \theta$ teta     | $\Xi \xi$ ksi         | $Y \upsilon$ ypsilon  |
| $\Gamma \gamma$ gamma   | $I \iota$ jota           | $O o$ omikron         | $\Phi \varphi$ fi     |
| $\Delta \delta$ delta   | $K \kappa$ kappa         | $\Pi \pi$ pi          | $X \chi$ chi          |
| $E \varepsilon$ epsilon | $\Lambda \lambda$ lambda | $P \rho$ ro           | $\Psi \psi$ psi       |
| $Z \zeta$ dzeta         | $M \mu$ mi               | $\Sigma \sigma$ sigma | $\Omega \omega$ omega |

# CZĘŚĆ PIERWSZA

## TABLICE I WYKRESY

### I. TABLICE

**Interpolacja.** Większość zamieszczonych poniżej tablic podaje wartości funkcji o czterech cyfrach wartościowych <sup>(1)</sup> dla argumentów o trzech cyfrach wartościowych. W wypadkach gdy argument podany jest z większą dokładnością i szukanej wartości funkcji nie można znaleźć bezpośrednio z tablic, trzeba uciec się do interpolacji. Najprostszą jest *interpolacja liniowa*, przy której zakłada się, że przyrost funkcji jest proporcjonalny do przyrostu argumentu. Jeżeli szukana wartość argumentu  $x$  leży pomiędzy znajdującymi się w tablicy wartościami  $x_0$  i  $x_1 = x_0 + h$ , i wartościom tym odpowiadają wartości funkcji

$$y_0 = f(x_0) \quad \text{ i } \quad y_1 = f(x_1) = y_0 + \Delta,$$

to przyjmuje się, że

$$f(x) = f(x_0) + \frac{x - x_0}{h} \Delta.$$

*Poprawka interpolacyjna*  $\frac{x - x_0}{h} \Delta$  daje się łatwo obliczyć za po-

mocą tablicy poprawek proporcjonalnych na str. 84 i 85, a także za pomocą wkładki do poradnika podającej iloczyny wartości różnicy  $\Delta$  (od 11 do 90) przez 0,1, 0,2, ..., 0,9.

**P r z y k ł a d y.** 1. Obliczamy  $1,6754^2$ . W tablicy (str. 17) znajdujemy  $1,67^2 = 2,789$ ,  $1,68^2 = 2,822$ ,  $\Delta = 33$  <sup>(2)</sup>. Z tablicy poprawek proporcjonalnych mamy

$$0,5 \cdot 33 = 16,5, \quad 0,04 \cdot 33 = 1,3, \quad \frac{x - x_0}{h} \Delta = 16,5 + 1,3 \approx 18,$$

a więc  $1,6754^2 = 2,807$ .

2. Obliczamy  $\operatorname{tg} 79^\circ 24'$ . W tablicach (str. 58 i 85) znajdujemy  $\operatorname{tg} 79^\circ 20' = 5,309$ ,  $\operatorname{tg} 79^\circ 30' = 5,396$ ,  $\Delta = 87$ ;  $0,4 \cdot 87 \approx 35$ , a więc mamy  $\operatorname{tg} 79^\circ 24' = 5,344$ .

Błąd w interpolacji liniowej nie przewyższa jednostki ostatniej cyfry wartościowej, jeżeli dwie kolejne różnice  $\Delta_0$  i  $\Delta_1$  różnią się nie więcej

<sup>(1)</sup> Określenie cyfr wartościowych patrz str. 139.

<sup>(2)</sup> Różnicę  $\Delta$  oraz poprawkę wyraża się zazwyczaj w jednostkach ostatniego rzędu wartości funkcji, bez wypisywania początkowych zer oraz przecinka dziesiętnego.

niż o 4 jednostki ostatniego rzędu. Jeżeli ten warunek nie jest spełniony (jak np. w tablicy  $\operatorname{tg} x$  dla  $x > 80^\circ$ , str. 58), trzeba posłużyć się bardziej skomplikowanymi wzorami interpolacyjnymi. W większości wypadków wystarcza *interpolacja kwadratowa według Bessela*:

$$f(x) = f(x_0) + k\Delta_0 - k_1(\Delta_1 - \Delta_{-1}),$$

gdzie

$$k = \frac{x - x_0}{h}, \quad k_1 = \frac{k(1-k)}{4};$$

|                    |          |               |
|--------------------|----------|---------------|
| $x_{-1} = x_0 - h$ | $y_{-1}$ | $\Delta_{-1}$ |
| $x_0$              | $y_0$    | $\Delta_0$    |
| $x_1 = x_0 + h$    | $y_1$    | $\Delta_1$    |
| $x_2 = x_0 + 2h$   | $y_2$    |               |

wartość  $k_1$  znajduje się w tablicy na str. 86.

**P r z y k ł a d.** Trzeba znaleźć  $\operatorname{tg} 85^\circ 33'$  (tablica na str. 58). Znajdujemy ( $h = 10'$ ):  $k = 0,3$ ,  $k_1 = 0,052$ ; poprawka wynosi więc  $0,3 \cdot 491 - 0,052 \cdot 75 \approx 143$ , zatem  $\operatorname{tg} 85^\circ 33' = 12,849$ .

| $x$            | $\operatorname{tg} x$ | $\Delta$ |
|----------------|-----------------------|----------|
| $85^\circ 20'$ | 12,251                | 455      |
| $85^\circ 30'$ | 12,706                |          |
| $85^\circ 40'$ | 13,197                |          |
| $85^\circ 50'$ | 13,727                |          |

## A. TABLICE FUNKCJI ELEMENTARNYCH

## 1. Niektóre często spotykane stałe

| Stała               | $n$        | $\log n$             | Stała              | $n$               | $\log n$             |
|---------------------|------------|----------------------|--------------------|-------------------|----------------------|
| $\pi$               | 3,141593   | 0,49715              | $1:\pi$            | 0 318310          | $\overline{1,50285}$ |
| $2\pi$              | 6,283185   | 0,79818              | $1:2\pi$           | 0,159155          | $\overline{1,20182}$ |
| $3\pi$              | 9,424778   | 0,97427              | $1:3\pi$           | 0,106103          | $\overline{1,02573}$ |
| $4\pi$              | 12,566371  | 1,09921              | $1:4\pi$           | 0,079577          | $\overline{2,90079}$ |
| $\pi:2$             | 1,570796   | 0,19612              | $2:\pi$            | 0,636620          | $\overline{1,80388}$ |
| $\pi:3$             | 1,047198   | 0,02003              | $3:\pi$            | 0,954930          | $\overline{1,97997}$ |
| $\pi:4$             | 0,785398   | $\overline{1,89509}$ | $4:\pi$            | 1,273240          | 0,10491              |
| $\pi:6$             | 0,523599   | $\overline{1,71900}$ | $6:\pi$            | 1,909859          | 0,28100              |
| $\pi:180(=1^\circ)$ | 0,017453   | $\overline{2,24188}$ | $180^\circ:\pi$    | $57^\circ,295780$ | 1,75812              |
| $\pi:10800(=1')$    | 0,000291   | $\overline{4,46373}$ | $10800':\pi$       | $3437',7468$      | 3,53627              |
| $\pi:648000(=1'')$  | 0,000005   | $\overline{6,68557}$ | $648000'':\pi$     | $206264'',81$     | 5,31443              |
| $\pi^2$             | 9,869604   | 0,99430              | $1:\pi^2$          | 0,101321          | $\overline{1,00570}$ |
| $\sqrt{\pi}$        | 1,772454   | 0,24857              | $\sqrt{1:\pi}$     | 0,564190          | $\overline{1,75143}$ |
| $\sqrt{2\pi}$       | 2,506628   | 0,39909              | $\sqrt{1:2\pi}$    | 0,398942          | $\overline{1,60091}$ |
| $\sqrt{\pi:2}$      | 1,253314   | 0,09806              | $\sqrt{2:\pi}$     | 0,797885          | $\overline{1,90194}$ |
| $\sqrt[3]{\pi}$     | 1,464592   | 0,16572              | $\sqrt[3]{1:\pi}$  | 0,682784          | $\overline{1,83428}$ |
| $\sqrt[3]{4\pi:3}$  | 1,611992   | 0,20736              | $\sqrt[3]{3:4\pi}$ | 0,620350          | $\overline{1,79264}$ |
| $e$                 | 2,718282   | 0,43429              | $1:e$              | 0,367879          | $\overline{1,56571}$ |
| $e^2$               | 7,389056   | 0,86859              | $1:e^2$            | 0,135335          | $\overline{1,13141}$ |
| $\sqrt{e}$          | 1,648721   | 0,21715              | $\sqrt{1:e}$       | 0,606531          | $\overline{1,78285}$ |
| $\sqrt[3]{e}$       | 1,395612   | 0,14476              | $\sqrt[3]{1:e}$    | 0,716532          | $\overline{1,85524}$ |
| $e^{\pi/2}$         | 4,810477   | 0,68219              | $e^{-\pi/2}$       | 0,207880          | $\overline{1,31781}$ |
| $e^\pi$             | 23,140693  | 1,36438              | $e^{-\pi}$         | 0,043214          | $\overline{2,63562}$ |
| $e^{2\pi}$          | 535,491656 | 2,72875              | $e^{-2\pi}$        | 0,001867          | $\overline{3,27125}$ |
| $\gamma^{(1)}$      | 0,577216   | $\overline{1,76134}$ | $\ln \pi$          | 1,144730          | 0,05870              |
| $M = \log e$        | 0,434294   | $\overline{1,63778}$ | $1:M = \ln 10$     | 2,302585          | 0,36222              |
| $g^{(2)}$           | 9,81       | 0,99167              | $1:g$              | 0,10194           | $\overline{1,00833}$ |
| $g^2$               | 96,2361    | 1,98334              | $1:2g$             | 0,050968          | $\overline{2,70730}$ |
| $\sqrt{g}$          | 3,13209    | 0,49583              | $\pi\sqrt{g}$      | 9,83976           | 0,99298              |
| $\sqrt{2g}$         | 4,42945    | 0,64635              | $\pi\sqrt{2g}$     | 13,91552          | 1,14350              |

<sup>(1)</sup>  $\gamma$  jest stałą Eulera (oznaczaną również literą  $C$ ).<sup>(2)</sup>  $g$  jest przyspieszeniem grawitacyjnym w  $\text{m}/\text{sek}^2$ ; podane tu zostały wartości przyspieszenia na poziomie morza i szerokości 45 - 50°.

## 2. Kwadraty, sześciiany, pierwiastki

Tablica ta pozwala znaleźć kwadraty, sześciiany oraz pierwiastki kwadratowe i sześciennie z dokładnością do czterech cyfr wartościowych. Dla argumentów  $n$  zawartych pomiędzy 1,00 a 10,00 wartości  $n^2$  i  $n^3$  znajdujemy bezpośrednio z tablic, jeżeli wartość argumentu podana jest z trzema cyframi wartościowymi. Na przykład  $1,79^2 = 3,204$  (str. 17). Jeżeli wartość argumentu podana jest dokładniej (tzn. ma więcej niż trzy cyfry wartościowe), należy zastosować interpolację (patrz str. 11). Dla tablicy tej błąd interpolacji liniowej nigdy nie przekracza jednostki ostatniego rzędu.

Przy szukaniu  $n^2$  i  $n^3$  przy  $n > 10$  i przy  $n < 1$  należy wziąć pod uwagę, że przy pomnożeniu  $n$  przez wartość  $10^k$ , wartość  $n^2$  powiększa się  $10^{2k}$  razy, a wartość  $n^3$  powiększa się  $10^{3k}$  razy, tzn. że przesunięcie przecinka w liczbie  $n$  o  $k$  miejsc dziesiętnych w prawo powoduje przeniesienie przecinka o  $2k$  miejsc w prawo w liczbie  $n^2$  i o  $3k$  miejsc w liczbie  $n^3$ ; przy tym do wziętej z tablicy liczby dopisuje się w miarę potrzeby zera po prawej stronie lub po lewej. Na przykład  $0,179^2 = 0,03204$ ,  $179^3 = 5\,735\,000$  <sup>(1)</sup>.

Pierwiastki kwadratowe dla wartości argumentu  $n$  od 1,00 do 10,00 możemy znaleźć bezpośrednio z tablicy (z zastosowaniem interpolacji liniowej, str. 11), a dla dowolnych  $n$  według następujących reguł:

1° Liczbę podpierwiastkową dzieli się na grupy dwucyfrowe po lewej i po prawej stronie przecinka dziesiętnego. 2° Zależnie od ilości cyfr wartościowych w najwyższej grupie niezerowej szuka się w tablicy wartości pierwiastka kwadratowego w kolumnie  $\sqrt{n}$  albo w kolumnie  $\sqrt{10n}$ . 3° W znalezionej wartości pierwiastka kwadratowego kładzie się przecinek dziesiętny opierając się na tym, że każda grupa dwucyfrowa przed przecinkiem liczby podpierwiastkowej daje w wartości pierwiastka jedną cyfrę przed przecinkiem, a dla liczb mniejszych od 1 każda grupa dwucyfrowa leżąca po przecinku składająca się z zer daje w wartości pierwiastka jedno zero po przecinku.

**P r z y k ł a d y.** 1.  $\sqrt{23,9} = 4,889$ . 2.  $\sqrt{0,00|02|39} = 0,01546$ . 3.  $\sqrt{23|90|00} = 488,9$ . 4.  $\sqrt{0,00|3} = 0,05477$ . (W przykładzie tym należy do liczby podpierwiastkowej dodać w pamięci jeszcze jedno zero na końcu, dla uzupełnienia grupy dwucyfrowej; najwyższa grupa dwucyfrowa 30 ma dwie cyfry wartościowe, a więc pierwiastka kwadratowego należy szukać w kolumnie  $\sqrt{10n}$ ).

Pierwiastki stopnia trzeciego z liczb  $n$ ,  $10n$ ,  $100n$  dla wartości  $n$  od 1,00 do 10,00 możemy znaleźć bezpośrednio z tablicy (z zastosowaniem interpolacji liniowej), a dla dowolnych  $n$  — według następujących reguł:

1° Liczbę podpierwiastkową rozdzielamy po obu stronach prze-

<sup>(1)</sup> Poleca się zapis  $179^3 = 5,735 \cdot 10^6$ , dzięki któremu unika się pisania zer zamiast cyfr nieznanych (dokładnie  $179^3 = 5\,735\,339$ ).