

Spis treści

Wstęp	9
1. Logika	13
1.1. Pojęcie zdania w logice	13
1.2. Podstawowe zdania złożone	15
1.3. Tautologie – prawa logiki	19
1.4. Wnioskowanie	22
1.5. Kwantyfikatory	23
2. Podstawy: zbiory, liczby, relacje	27
2.1. Matematyka jest nauką aksjomatyczną	28
2.2. Aksjomaty-pewniki	30
2.3. Operacje na zbiorach	31
2.4. Liczby naturalne	33
2.5. Liczby całkowite i wymierne	36
2.6. Liczby rzeczywiste	37
2.7. Liczby zespolone	41
2.8. Relacje	42
3. Zbiory nieskończone	47
3.1. Funkcje	47
3.2. Równoliczność zbiorów	49
4. Przestrzeń wektorowa. Metryka	56
4.1. Przestrzeń $\mathbb{R}^n$	56
4.2. Macierze	59
4.3. Metryka	61
5. Funkcja potęgowa i wykładnicza. Logarytmy i ich zastosowania	68
5.1. Funkcje liniowe	68
5.2. Potęgowanie	70
5.3. Karły i olbrzymy	71
5.4. Funkcje potęgowe, funkcje wykładnicze, wielomiany	73
5.5. Logarytmy	74
5.6. Skala kwasowości pH, skala Richtera	78
5.7. Współrzędne log–log	79
5.8. Metoda najmniejszych kwadratów (regresji liniowej)	81

6. Matematyka dyskretna	86
6.1. Kombinatoryka	86
6.2. Grafy	90
6.3. Cykle w grafie	96
6.4. Drzewa filogenetyczne	99
7. Podstawy analizy matematycznej	104
7.1. Granica ciągu	104
7.2. Ciąg arytmetyczny, ciąg geometryczny	109
7.3. Szeregi liczbowe	111
8. Granica funkcji, ciągłość funkcji, pochodna funkcji	114
8.1. Granica funkcji	114
8.2. Ciągłość funkcji	116
9. Pochodna funkcji jednej zmiennej i jej własności	124
9.1. Definicja i interpretacja pochodnej funkcji	124
9.2. Obliczanie pochodnych	129
9.3. Ruch ciała, położenie, prędkość, przyspieszenie	131
10. Ekstrema funkcji, funkcje wypukłe, gradient funkcji wielu zmiennych	134
10.1. Twierdzenia Rolla i Lagrange'a	134
10.2. Równania nieliniowe	137
10.3. Minimum, maksimum funkcji	138
10.4. Zasada optymalizacji. Optymalne strategie żerowania	140
10.5. Przybliżanie wartości funkcji	145
10.6. Funkcja wypukła, funkcja wklęsła	147
10.7. Pochodne cząstkowe funkcji wielu zmiennych	152
11. Całki i krzywe	157
11.1. Funkcja pierwotna, całka nieoznaczona	157
11.2. Całka oznaczona, pole obszaru	158
11.3. Całka niewłaściwa	164
11.4. Krzywe	165
11.5. Krzywa Kocha	170
12. Modele matematyczne w biologii	173
12.1. Co to jest model matematyczny	173
12.2. Weryfikacja modelu	175
12.3. Czas ciągły, czas dyskretny	176
12.4. Równanie Malthusa, wykładniczy wzrost populacji	178
12.5. Króliki Fibonacciego i liczba złotego podziału	183
13. Podstawowe modele wzrostu pojedynczej populacji w czasie ciągłym	188
13.1. Równanie różniczkowe, zmienne rozdzielone	188
13.2. Rozpad promieniotwórczy	193
13.3. Krzywa przeżywalności	194
13.4. Datowanie izotopem węgla ^{14}C	197

13.5.	Równanie logistyczne	198
13.6.	Szacowanie liczebności populacji wg równania logistycznego	203
13.7.	Eksploatacja zasobów pokarmowych	203
14.	Modele oddziaływań międzypopulacyjnych w czasie ciągłym	208
14.1.	Układy równań różniczkowych	208
14.2.	Portret fazowy	212
14.3.	Stabilność stanu stacjonarnego	214
14.4.	Konkurencja, drapieżnictwo, mutualizm (symbioza)	219
14.5.	Kinetyka reakcji chemicznych, reakcja Lotki	224
15.	Modele populacyjne z czasem dyskretnym i modele ze strukturą wieku	230
15.1.	Model logistyczny z czasem dyskretnym, chaos deterministyczny	231
15.2.	Równanie logistyczne – związek między modelem z czasem ciągłym a modelem z czasem dyskretnym	235
15.3.	Wzrost populacji z uwzględnieniem struktury wieku	237
15.4.	Demografia	239
15.5.	Model wzrostu populacji roślin dwuletnich	241
16.	Podstawy rachunku prawdopodobieństwa. Modele probabilistyczne I	244
16.1.	Przestrzeń zdarzeń elementarnych	245
16.2.	Aksjomaty rachunku prawdopodobieństwa	246
16.3.	Prawdopodobieństwo warunkowe	250
16.4.	Prawdopodobieństwo całkowite	251
16.5.	Niezależność zdarzeń	254
16.6.	Łańcuchy Markowa. Modele ewolucji molekularnej	255
16.7.	Odległość filogenetyczna Jukesa–Cantora	259
17.	Modele probabilistyczne II	265
17.1.	Dyskretna zmienna losowa, wartość oczekiwana, wariancja	265
17.2.	Niezależność zmiennych losowych	269
17.3.	Ciąg prób Bernoulliego	272
17.4.	Rozkład dwumianowy	273
17.5.	Rozkład Poissona	275
17.6.	Gra o sumie zerowej i gra sprawiedliwa	277
17.7.	Gra gołąb–jastrząb	278
17.8.	Strategia ewolucyjnie stabilna	281
17.9.	Bit, informacja, entropia	284
17.10.	Wskaźnik różnorodności biologicznej Shannona	288
17.11.	Zmienne losowe o rozkładzie ciągłym	289
17.12.	Rozkład jednostajny	293
17.13.	Rozkład normalny	293
17.14.	Centralne twierdzenie graniczne	296
17.15.	Transport i dyfuzja	297
18.	Zakończenie	306
Bibliografia		307
Indeks		310