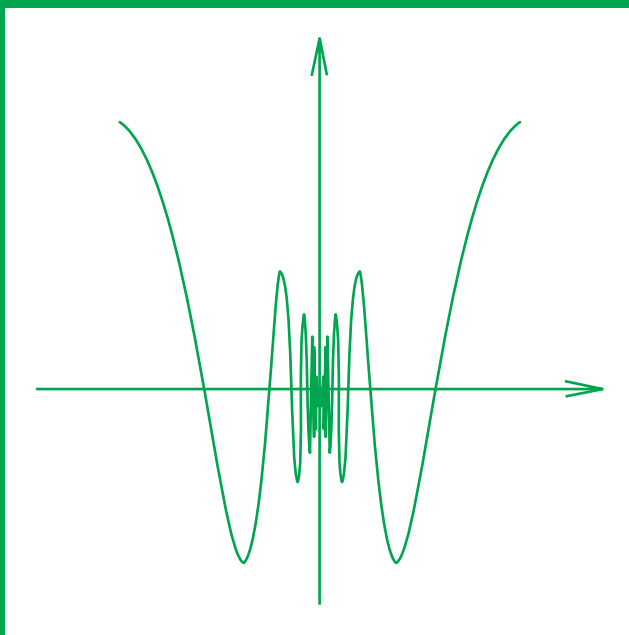


Joanna Ger

Kurs matematyki dla chemików



WYDAWNICTWO
UNIwersYTETU ŚLĄSKIEGO

Kurs matematyki
dla chemików

Podręczniki i Skrypty



Uniwersytetu Śląskiego
w Katowicach
nr 194

50^{lat}
Uniwersytetu
Śląskiego
w Katowicach

[Kup książkę](#)

Joanna Ger

Kurs matematyki dla chemików

Wydanie szóste poprawione

Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego • Katowice 2018

[Kup książkę](#)

Redaktor serii: Matematyka
Maciej Sablik

Recenzenci I wydania
Józef Banaś
Stanisław Stoiński

Spis treści

Przedmowa	9
1. Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości	11
1.1. Elementy rachunku zdań	11
1.2. Elementy rachunku kwantyfikatorowego	13
1.3. Rachunek zbiorów	15
1.4. Odwzorowania	17
1.5. Zadania	21
2. Liczby rzeczywiste i zespolone. Funkcje elementarne	23
2.1. Własności zbioru liczb rzeczywistych	23
2.2. Funkcje monotoniczne i wypukłe	30
2.3. Funkcje elementarne	34
2.4. Liczby zespolone	51
2.5. Zadania	58
3. Elementy algebry liniowej	61
3.1. Macierze	61
3.2. Wyznaczniki	65
3.3. Wzory Cramera	74
3.4. Układy liniowe	80
3.5. Przestrzenie liniowe	84
3.6. Baza i wymiar przestrzeni liniowej	89
3.7. Rachunek wektorowy w $\mathbb{R}^n$	94
3.8. Odwzorowania liniowe	99
3.9. Grupa przekształceń liniowych na płaszczyźnie	108
3.10. Zadania	110

4. Ciągi i szeregi	113
4.1. Ciągi liczbowe i ich własności	113
4.2. Granica ciągu rzeczywistego i jej własności	116
4.3. Granice niewłaściwe	132
4.4. Zbieżność w przestrzeniach $\mathbb{R}^k$ ($k \in \mathbb{N}$)	135
4.5. Szeregi liczbowe	136
4.6. Kryteria zbieżności szeregów	140
4.7. Szeregi potęgowe	148
4.8. Zadania	151
5. Granica i ciągłość odwzorowań	153
5.1. Pewne szczególne podzbiory $\mathbb{R}^n$	153
5.2. Granica odwzorowania	158
5.3. Własności granic funkcji	161
5.4. Ciągłość odwzorowań	165
5.5. Własności odwzorowań ciągłych w zbiorach zwartych . .	169
5.6. Dalsze własności funkcji ciągłych	171
5.7. Granice pewnych szczególnych funkcji	179
5.8. Ciągłość funkcji elementarnych	184
5.9. Zadania	188
6. Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej	191
6.1. Iloraz różnicowy i pochodna	191
6.2. Interpretacja pochodnej	194
6.3. Pochodne funkcji elementarnych	195
6.4. Działania na pochodnych	197
6.5. Pochodna funkcji odwrotnej	199
6.6. Pochodna funkcji złożonej	201
6.7. Różniczka funkcji	203
6.8. Pochodne wyższych rzędów	204
6.9. Twierdzenia o wartości średniej	205
6.10. Wnioski z twierdzeń o wartości średniej	209
6.11. Ekstrema funkcji	216
6.12. Wypukłość i punkty przegięcia funkcji	219
6.13. Asymptoty	220

6.14. Wyrażenia nieoznaczone i reguła de l'Hospitala	221
6.15. Badanie przebiegu zmienności funkcji	224
6.16. Szereg Taylora	226
6.17. Całka nieoznaczona	231
6.18. Zadania	242
7. Całka oznaczona na prostej	245
7.1. Definicje	245
7.2. Całkowalność pewnych klas funkcji	248
7.3. Własności całki	251
7.4. Interpretacja geometryczna całki	262
7.5. Funkcja górnej granicy całkowania	263
7.6. Twierdzenia o wartości średniej	269
7.7. Całki niewłaściwe	271
7.8. Krzywe w $\mathbb{R}^n$	278
7.9. Zadania	283
8. Rachunek różniczkowy w przestrzeniach $\mathbb{R}^n$	285
8.1. Definicja różniczki	285
8.2. Pochodne cząstkowe	287
8.3. Formalne prawa różniczkowania	294
8.4. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów i wzór Taylora	300
8.5. Ekstrema funkcji wielu zmiennych	305
8.6. Funkcje uwikłane	311
8.7. Ekstrema warunkowe	316
8.8. Zadania	323
9. Całka oznaczona Riemanna w przestrzeni $\mathbb{R}^n$	325
9.1. Definicja n -wymiarowej całki Riemanna	325
9.2. Własności całki	329
9.3. Całki iterowane i ich związek z całką w $\mathbb{R}^n$	332
9.4. Całki w obszarach normalnych w $\mathbb{R}^2$	340
9.5. Powierzchnie w $\mathbb{R}^3$	347
9.6. Całki w obszarach normalnych w $\mathbb{R}^3$	349
9.7. Zastosowanie do zagadnień fizyki	353

9.8. Zadania	359
10. Całka krzywoliniowa	361
10.1. Orientacja krzywej	361
10.2. Całka nieorientowana	365
10.3. Całka krzywoliniowa zorientowana	368
10.4. Twierdzenie Greena	373
10.5. Niezależność całki od drogi całkowania	377
10.6. Interpretacja wektorowa	380
10.7. Zadania	384
11. Całka powierzchniowa	387
11.1. Całka powierzchniowa nieorientowana	387
11.2. Całka powierzchniowa zorientowana	391
11.3. Zadania	397
12. Elementy teorii równań różniczkowych zwyczajnych	399
12.1. Uwagi wstępne	399
12.2. Pojęcie równania różniczkowego zwyczajnego rzędu pierwszego	401
12.3. Problem Cauchy'ego dla równania różniczkowego rzędu pierwszego	403
12.4. Pewne szczególne typy równań różniczkowych	410
12.5. Układy równań liniowych rzędu pierwszego	422
12.6. Równania liniowe n -tego rzędu o stałych współczynnikach	430
12.7. Zadania	441
Literatura	442
Skorowidz	443

Przedmowa

Program studiów uniwersyteckich na kierunku chemii przewiduje w ramach pierwszego roku wykład podstawowych pojęć matematycznych. Wykład ten ma być użyteczny również w dalszym kształceniu chemików, dlatego poruszane zagadnienia muszą obejmować takie dziedziny matematyki, jak: rachunek różniczkowy i całkowy, równania różniczkowe, algebra liniowa i ogólna. Wszelako ograniczona liczba godzin wykładu nie pozwala na tak głębokie potraktowanie poruszanych tematów, jak tego pragnąłby wykładowca – matematyk.

Przez wiele lat wykladałam matematykę na pierwszym roku chemii w Uniwersytecie Śląskim, starając się zwalczać pokusę „przematematyzowania” z jednej strony, oraz pokusę zamiany wykładu w spis formuł i twierdzeń z drugiej.

Doświadczenie to, a także ścisły kontakt z pracownikami Instytutu Chemii i studentami podsunęły pomysł napisania skryptu, który zawierałby wiedzę matematyczną niezbędną do studiowania chemii uniwersyteckiej. Skrypt z założenia ma służyć słuchaczom wykładu.

Rezygnując z najbardziej ogólnego przedstawienia materiału, nie rezygnuję ze ścisłości rozumowania. Wszystkie dowody zatem są szczegółowe, chociaż część twierdzeń jest wypowiedziana mniej ogólnie niż można by to uczynić, biorąc pod uwagę obecną wiedzę matematyczną. Niektóre trudniejsze dowody zostały wszakże pominięte lub przeprowadzone w szczególnych przypadkach.

Ponieważ skrypt ma z założenia charakter podręcznika zawierającego wszystkie potrzebne wiadomości, pierwsze rozdziały poświęcone są wprowadzeniu pojęć podstawowych. Znajdziemy tu elementy logiki oraz definicje wielu pojęć. W rozdziale II zdefiniowane są funkcje elementarne. Wiadomości z algebry liniowej zamieszczono w rozdziale III. Pozostałe

rozdziały obejmują teorię rachunku różniczkowego i całkowego, najpierw na prostej, a potem w przestrzeniach euklidesowych. W ostatnim rozdziale omawiam równania różniczkowe, uwzględniając tak ważne dla chemików równanie Schrödingera.

Wykładowi matematyki towarzyszą ćwiczenia, w obrębie których są rozwiązywane zadania ilustrujące „teorię”. Nie rezygnuję jednak z zamieszczenia po każdym rozdziale zadań, które Czytelnik powinien rozwiązać bez kłopotu po zapoznaniu się z treścią danego rozdziału. Aby mu ułatwić zrozumienie tej treści, zamieszczam liczne przykłady pokazujące, jak rozwiązać typowe problemy z użyciem wyłożonych twierdzeń.

Na końcu skryptu zamieściłam literaturę, z której korzystałam, pisząc ten skrypt.

Jeszcze raz podkreślam, że skrypt odpowiada treścią i objętością wykładowi prowadzonemu w Uniwersytecie Śląskim. W szczególności, ze względu na znaczną redukcję godzin tego wykładu w ostatnich latach (90 godz. zamiast 120 godz.), nie może on już obejmować tak ważnego działu, jakim jest rachunek prawdopodobieństwa.

Pokonanie rozmaitych trudności, jakie niejednokrotnie pojawiały się w trakcie przygotowywania tego skryptu, zawdzięczam mojemu mężowi Romanowi, który wnikliwie czytał każdy kolejny rozdział. Jego liczne uwagi dotyczące zarówno układu przedstawianych treści, jak i ich merytorycznego i redakcyjnego ujęcia, poważnie wpłynęły na kształt skryptu. Pragnę mu podziękować za to bardzo serdecznie. Miło mi także złożyć wyrazy podziękowania panu Maciejowi Sablikowi za wiele cennych uwag i spostrzeżeń, które wykorzystałam, przygotowując ten skrypt. *Last but not least* – dziękuję pani Aleksandrze Hankus za wykonanie składu komputerowego tekstu, panu Adamowi Stolarzewiczowi za komputerowe zaprojektowanie rysunków oraz panu Adamowi Kolany za przetłumaczenie ich na język postscript-u.

Joanna Ger

Katowice, 15 kwietnia 2003 roku

Redakcja
Grażyna Wojdała

Korekta
Danuta Stencel

Skład i łamanie
Aleksandra Hankus

Copyright © 2018 by
Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego
Wszelkie prawa zastrzeżone

ISSN 1644-0552
ISBN 978-83-226-3425-7
(wersja drukowana)
ISBN 978-83-226-3426-4
(wersja elektroniczna)

Wydawca
Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego
ul. Bankowa 12B, 40–007 Katowice
www.wydawnictwo.us.edu.pl
e-mail:wydawus@us.edu.pl

Wydanie VI. Ark. wyd. 27,5 Ark. druk.
28,25. Papier offset kl. III 90 g.

Cena 30 zł (+VAT)

Druk i oprawa:
"TOTEM.COM.PL Sp. z o.o." Sp.K.
ul. Jacewska 89, 88–100 Inowrocław

ISSN 1644-0552
Cena 30 zł (+ VAT)

Więcej o książce

ISBN 978-83-226-3426-4



9 788322 634264