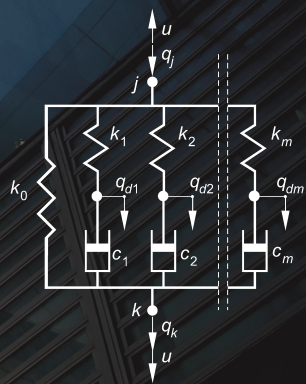
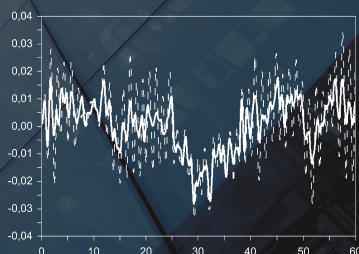
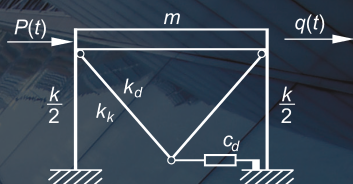


ROMAN LEWANDOWSKI

REDUKCJA DRGAŃ KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH

 PWN



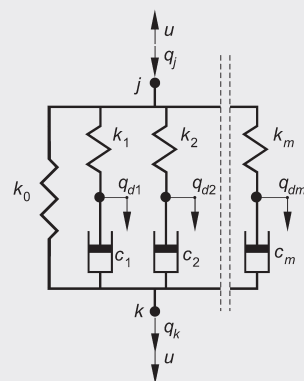
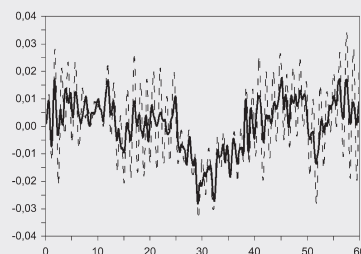
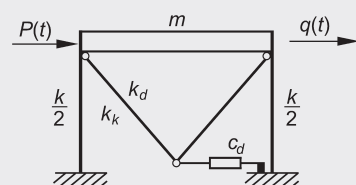
REDUKCJA DRGAŃ KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH

ROMAN LEWANDOWSKI

REDUKCJA DRGAŃ KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH

 PWN

[Kup książkę](#)



Projekt okładki i stron tytułowych **Agnieszka Machnicka**

Ilustracja na okładce **agoxa/Shutterstock**

Recenzent **prof. dr hab. inż. Marian Klasztorny**

Wydawca **Izabela Ewa Mika**

Redaktor **Anna Bogdanienko**

Produkcja **Mariola Grzywacka**

Łamanie **Ewa Szelatyńska, Scan-System**

Wydanie książki dofinansowane przez:

Instytut Konstrukcji Budowlanych Politechniki Poznańskiej

Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska Politechniki Poznańskiej

Książka, którą nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy, abyś przestrzegał praw, jakie im przysługują. Jej zawartość możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym. Ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. A kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

Szanujmy cudzą własność i prawo.

Więcej na www.legalnakultura.pl

Polska Izba Książki

Copyright © by Wydawnictwo Naukowe PWN SA
Warszawa 2014

ISBN: 978-83-01-17510-8

Wydanie pierwsze

Wydawnictwo Naukowe PWN SA
infolinia 801 33 33 88
tel. 22 69 54 321; faks 22 69 54 288
e-mail: pwn@pwn.com.pl, www.pwn.pl

[Kup książkę](#)

Spis treści

Wykaz ważniejszych oznaczeń	X
Przedmowa	XIII
1. Wstęp	1
1.1. Tłumienie drgań konstrukcji	1
1.2. Systemy redukcji drgań	2
1.3. Przykładowe konstrukcje tłumików drgań	5
1.4. Układ książki	8
1.5. Podstawowe pojęcia i koncepcje	9
Literatura	13
2. Modele wiskotycznych i lepko-sprężystych tłumików drgań	14
2.1. Uwagi ogólne o modelach tłumików drgań	14
2.2. Model tłumika wiskotycznego	15
2.3. Model Kelvina	17
2.4. Model Maxwella	19
2.5. Uogólniony model Kelvina	22
2.6. Uogólniony model Maxwella	29
2.7. Model LTU	35
2.8. Ułamkowy model Kelvina	37
2.9. Ułamkowy model Maxwella	42
2.10. Ułamkowe modele czteroparametrowe	47
2.11. Model sztywności zespolonej	50
2.12. Uwagi o możliwości zastosowania teorii dziedziczenia do opisu tłumików drgań	51
Literatura	54
3. Równania ruchu konstrukcji z tłumikami drgań	57
3.1. Uwagi ogólne	57
3.2. Równania ruchu konstrukcji bez tłumików drgań	59

3.3. Równania ruchu konstrukcji z wbudowanymi tłumikami wiskotycznymi	60
3.4. Równania ruchu konstrukcji z wbudowanymi tłumikami lepkosprężystymi ..	62
3.4.1. Zastosowanie metody elementu skończonego	62
3.4.2. Równania ruchu ramy z nieodkształcalnymi ryglami i tłumikami lepkosprężystymi	64
3.4.3. Różniczkowo-całkowa postać równań ruchu konstrukcji z tłumikami lepkosprężystymi	67
3.5. Bilans energii konstrukcji z tłumikami drgań	71
Literatura	73
4. Charakterystyki dynamiczne konstrukcji z tłumikami drgań	74
4.1. Uwagi ogólne	74
4.2. Wpływ tłumienia wiskotycznego na charakterystyki dynamiczne wybranych układów o jednym stopniu swobody	75
4.3. Rozwiązanie równań ruchu zapisanych we współrzędnych fizycznych w przypadku drgań swobodnych	86
4.3.1. Wyznaczanie charakterystyk dynamicznych	86
4.3.2. Wpływ tłumików lepkosprężystych na charakterystyki dynamiczne układu o jednym stopniu swobody	97
4.4. Rozwiązanie równań ruchu zapisanych za pomocą zmiennych stanu	99
4.4.1. Tłumiki drgań opisywane za pomocą klasycznych modeli reologicznych	99
4.4.2. Tłumiki drgań opisywane za pomocą ułamkowych modeli reologicznych	105
4.5. Charakterystyki dynamiczne konstrukcji z tłumikami drgań opisywanymi za pomocą modelu sztywności zespolonej	110
4.6. Wyznaczanie bezwymiarowych współczynników tłumienia metodą modalnej energii sprężystej	112
4.7. Uwagi końcowe	117
Literatura	118
5. Wybrane metody rozwiązywania zagadnień własnych	119
5.1. Uwagi ogólne	119
5.2. Zastosowanie ilorazu Rayleigha i metody wektorów iterowanych do rozwiązania kwadratowego zagadnienia własnego	120
5.3. Uogólniona metoda Jacobiego	125
5.4. Metoda kontynuacji	130
5.4.1. Wersja 1 – zagadnienie własne stowarzyszone z równaniami ruchu zapisanymi za pomocą zmiennych stanu i pochodnych ułamkowych	130
5.4.2. Wersja 2 – zagadnienie własne stowarzyszone z równaniami ruchu zapisanymi za pomocą zmiennych fizycznych	135
Literatura	139

6. Drgania wymuszone konstrukcji z tłumikami drgań	141
6.1. Wprowadzenie	141
6.2. Metoda bezpośrednia analizy drgań ustalonych	142
6.2.1. Tłumiki lepkosprężyste opisywane za pomocą klasycznych modeli reologicznych	142
6.2.2. Tłumiki lepkosprężyste opisywane za pomocą ułamkowych modeli reologicznych	144
6.3. Transformacja własna równań stanu	147
6.3.1. Równania ruchu wyrażone za pomocą współrzędnych głównych	147
6.3.2. Zastosowanie zespolonych wektorów własnych do analizy drgań ustalonych	148
6.4. Numeryczne całkowanie równań ruchu	155
6.4.1. Całkowanie równań ruchu konstrukcji z tłumikami modelowanymi klasycznymi modelami reologicznymi	155
6.4.2. Całkowanie równań ruchu konstrukcji z tłumikami modelowanymi za pomocą ułamkowych modeli reologicznych	163
6.5. Wyznaczanie funkcji odpowiedzi częstotliwościowej metodą Adhikariego	165
Literatura	169
 7. Wrażliwość konstrukcji z tłumikami drgań na zmianę parametrów projektowych	171
7.1. Uwagi ogólne	171
7.2. Pojęcie wrażliwości konstrukcji na zmianę parametrów projektowych	172
7.3. Wrażliwość częstości własnych i postaci drgań konstrukcji na zmianę parametru projektowego – drgania nietłumione	175
7.4. Analiza wrażliwości wartości i wektorów własnych konstrukcji z tłumikami drgań	181
7.4.1. Tłumiki opisywane za pomocą klasycznych modeli reologicznych	181
7.4.2. Tłumiki opisywane za pomocą ułamkowych modeli reologicznych	185
7.5. Wrażliwość amplitud drgań ustalonych konstrukcji z tłumikami drgań na zmianę parametru projektowego	186
7.5.1. Tłumiki lepkosprężyste opisywane za pomocą klasycznych modeli reologicznych	186
7.5.2. Tłumiki lepkosprężyste opisywane za pomocą ułamkowych modeli reologicznych	191
7.6. Wrażliwość funkcji odpowiedzi częstotliwościowej na zmianę parametru projektowego	192
7.7. Uwagi o obliczaniu wrażliwości macierzy definiujących konstrukcję na zmianę parametru tłumików	197
Literatura	199

8. Optymalne projektowanie parametrów tłumików i ich położenia na konstrukcji	201
8.1. Wprowadzenie	201
8.2. Wybrane sformułowania zadań optymalnego projektowania tłumików drgań i ich rozwiązania	202
8.2.1. Konstrukcje z tłumikami wiskotycznymi	202
8.2.2. Konstrukcje z tłumikami lepkosprężystymi opisywanymi za pomocą modelu Kelvina	210
8.2.3. Konstrukcje z tłumikami lepkosprężystymi opisywanymi za pomocą ułamkowych modeli reologicznych	213
Literatura	215
9. Identyfikacja parametrów wiskotycznych i lepkosprężystych tłumików drgań	218
9.1. Uwagi ogólne	218
9.2. Identyfikacja parametrów tłumików cieczowych (wiskotycznych)	218
9.3. Identyfikacja parametrów uogólnionego modelu Maxwella i uogólnionego modelu Kelvina	223
9.4. Identyfikacja parametrów modeli tłumików opisywanych za pomocą pochodnych ułamkowych	225
Literatura	233
10. Dynamiczne tłumiki drgań	235
10.1. Uwagi ogólne	235
10.2. Równania ruchu konstrukcji z wieloma dynamicznymi tłumikami drgań	236
10.3. Analiza dynamiczna i projektowanie masowego tłumika drgań	240
10.4. Analiza dynamiczna konstrukcji z wielomasowymi tłumikami drgań	247
10.5. Uwagi o optymalnym projektowaniu parametrów wielomasowych tłumików drgań	255
Literatura	257
11. Wprowadzenie do metod aktywnej redukcji drgań	260
11.1. Uwagi ogólne	260
11.2. Równanie ruchu konstrukcji z układem aktywnej regulacji i jego rozwiązanie	263
11.3. Podstawy teoretyczne wybranych metod aktywnej redukcji drgań	265
11.3.1. Uwagi o jakościowych efektach aktywnej redukcji drgań	265
11.3.2. Metoda liniowych regulatorów kwadratowych (LQR)	266
11.3.3. Wykorzystanie twierdzenia Lapunowa o stabilności ruchu	270
11.3.4. Sformułowanie dyskretno-czasowe metody LQR	271
11.3.5. Metoda natychmiastowej regulacji optymalnej – sformułowanie dyskretno-czasowe	275
11.3.6. Uwagi o innych metodach aktywnej regulacji	277

11.4. Właściwości układu aktywnej redukcji drgań	277
11.4.1. Stabilność ruchu konstrukcji z układem aktywnej redukcji drgań ...	277
11.4.2. Sterowalność i obserwowalność układu aktywnej regulacji drgań ...	278
11.5. Ocena efektywności układu aktywnej redukcji drgań	283
11.6. Estymacja stanu dynamicznego – filtr Kalmana	287
11.7. Uwagi o metodach rozwiązywania równań Riccatiego i Lapunowa	288
11.8. Wyniki przykładowych obliczeń	290
Literatura	293
12. Metody półaktywnej redukcji drgań	296
12.1. Uwagi ogólne o metodach półaktywnej redukcji drgań	296
12.2. Opisy działania i modele półaktywnych tłumików drgań	297
12.2.1. Półaktywny tłumik hydrauliczny	297
12.2.2. Półaktywny tłumik zmieniający sztywność konstrukcji	300
12.2.3. Tłumik resetowany	302
12.2.4. Półaktywne tłumiki magnetoreologiczne	303
12.3. Metody półaktywnej redukcji drgań	307
12.3.1. Sterowanie układem półaktywnej redukcji drgań ze wzбудnikiem hy- draulicznym	307
12.3.2. Sterowanie układem półaktywnej redukcji drgań ze wzбудnikiem o zmiennej sztywności i ze wzбудnikiem wiskotycznym – metoda Lapunowa	308
12.3.3. Sterowanie tłumikiem resetowanym	309
12.4. Wyniki przykładowych obliczeń	311
12.5. Porównanie efektywności tłumików pasywnego i półaktywnego	312
Literatura	317
Skorowidz	319

Wykaz ważniejszych oznaczeń

Symbole łacińskie

a	– amplituda drgań
$\mathbf{a}$	– wektor amplitud drgań ustalonych, wektor własny
a_i	– element wektora $\mathbf{a}$
$\mathbf{a}_n$	– wektor przyspieszeń w chwili t_n
$\mathbf{A}$	– macierz stanu
$\mathbf{B}$	– macierz stanu
c	– współczynnik tłumienia
c_i	– element wektora $\mathbf{c}$ lub współczynnik tłumienia modalnego
$\mathbf{c}$	– wektor własny nieliniowego problemu własnego (np. kwadrato- wego) lub amplitudy wektora stanu $\mathbf{z}(t)$
$\mathbf{C}$	– macierz tłumienia
c_{ij}	– element macierzy $\mathbf{C}$
$D_t^\alpha(\bullet)$	– pochodna ułamkowa rzędu α względem czasu t wielkości $(\bullet)$
$\mathbf{D}(\lambda)$	– macierz sztywności dynamicznej
$\mathbf{d}_n$	– wektor przemieszczeń w chwili t_n
E, E_k, E_s, E_d	– energia, energia kinetyczna, energia sprężysta, energia rozpraszana
$\mathbf{E}$	– macierz opisująca położenie tłumików na konstrukcji lub położenie sił wymuszających
$\mathbf{G}$	– macierz sprężenia zwrotnego
$\mathbf{G}(s)$	– macierz transformat Laplace’a funkcji jądra występujących w opisie Boltzmanna ciał lepkosprężystych
$\mathbf{H}(\lambda)$	– macierz funkcji odpowiedzi częstotliwościowych
$i = \sqrt{-1}$	– jednostka urojona

J	– funkcjonal
k	– współczynnik sztywności (sprężystości)
k_i	– sztywność modalna
k_{ij}	– element macierzy $\mathbf{K}$
$\mathbf{K}$	– macierz sztywności
$K'(\lambda)$	– moduł sztywności (sprężystości) dynamicznej
$K''(\lambda)$	– moduł stratności, część rzeczywista
$\mathbf{K}'(\lambda)$	– macierz sztywności zespolonej
$\mathbf{K}''(\lambda)$	– część urojona macierzy sztywności zespolonej
m	– masa
m_i	– masa modalna
$\mathbf{M}$	– macierz mas
m_{ij}	– element macierzy $\mathbf{M}$
$p(t)$	– siła wymuszająca
$p_i(t)$	– obciążenie modalne lub element wektora sił wymuszających
$\mathbf{p}(t)$	– wektor sił wymuszających
$\bar{\mathbf{p}}(s)$	– transformata Laplace’a wektora sił wymuszających
$\mathbf{P}$	– macierz Riccatiego
$q(t)$	– przemieszczenie
$\mathbf{q}(t)$	– wektor przemieszczeń
$q_i(t)$	– element wektora $\mathbf{q}(t)$
$\bar{\mathbf{q}}(s)$	– transformata Laplace’a wektora przemieszczeń
$\mathbf{Q}$	– macierz wagowa
$\mathbf{R}$	– macierz wagowa
$\mathbf{R}(t)$	– wektor reakcji węzłowych
$\bar{\mathbf{R}}(s)$	– transformata Laplace’a wektora reakcji węzłowych
s	– wartość charakterystyczna lub zmienna Laplace’a
$\mathbf{s}(t)$	– wektor sił oddziaływania tłumików na konstrukcję
$s_i(t)$	– element wektora $\mathbf{s}(t)$
t	– czas
T	– okres drgań
$u(t)$	– siła w tłumiku
$\mathbf{u}(t)$	– wektor sił w tłumikach
$u_i(t)$	– element wektora $\mathbf{u}(t)$
$U(\lambda), U(s)$	– odpowiednio transformaty Fouriera i Laplace’a siły w tłumiku $u(t)$
$\mathbf{v}_n$	– wektor prędkości w chwili t_n
$x(t)$	– różnica przemieszczeń końców tłumika
$X(\lambda), X(s)$	– odpowiednio transformaty Fouriera i Laplace’a różnicy przemieszczeń końców tłumika

$\mathbf{z}(t)$	– wektor stanu
$\mathbf{z}_i(t)$	– element wektora $\mathbf{z}(t)$

Symbole greckie

α	– rząd pochodnej ułamkowej ($0 < \alpha \leq 1$), stała metody Newmarka
β	– stała metody Newmarka
$\Delta(\bullet)$	– przyrost wielkości oznaczonej symbolem $(\bullet)$
γ	– bezwymiarowy współczynnik tłumienia lub stała metody Newmarka
γ_i	– bezwymiarowy współczynnik tłumienia modalnego
λ	– częstość kołowa siły wymuszającej
η	– współczynnik strat
ω	– częstość własna

Wybrane indeksy dolne

e	– wielkość z tym indeksem dotyczy elementu skończonego o numerze e
d	– wielkość z tym indeksem dotyczy tłumika drgań
k	– wielkość z tym indeksem dotyczy konstrukcji
t	– wielkość z tym indeksem dotyczy tłumików

Przedmowa

Projektowanie współczesnych konstrukcji budowlanych coraz częściej wymaga uwzględnienia obciążeń dynamicznych. Dążenie do projektowania konstrukcji lekkich i smukłych sprawia, że drgania takich konstrukcji stają się uciążliwe dla ludzi, uniemożliwiają właściwą pracę urządzeń znajdujących się w budynku, a w skrajnych przypadkach mogą zagrażać bezpieczeństwu i trwałości konstrukcji. Należało opracować nowe sposoby zmniejszania drgań konstrukcji, które nie wymagałyby zwiększenia sztywności lub/i masy konstrukcji. Sposoby te, nazywane metodami redukcji drgań, rozwijały się szczególnie intensywnie w ostatnich trzydziestu latach. Opracowano i wdrożono wiele metod, w których różnymi sposobami starano się zwiększyć możliwości rozpraszania energii drgań konstrukcji. Ogólnie dzieli się je na metody pasywne, aktywne i półaktywne. Metody te są w dalszym ciągu intensywnie rozwijane, ale osiągnęły już taki stopień zaawansowania, że mogą być zastosowane w projektowaniu konstrukcji. Ta publikacja jest poświęcona omówieniu wybranych metod redukcji drgań konstrukcji budowlanych. Praca nie jest przeglądem wszystkich teorii i metod, ale przedstawia podstawowe problemy analizy i syntezy konstrukcji z tłumikami drgań oraz próby ich rozwiązania.

Książkę charakteryzują następujące elementy:

- 1) kompleksowo przedstawione metody analizy dynamicznej konstrukcji budowlanych z wbudowanymi układami redukcji drgań;
- 2) zwięzły opis modeli obliczeniowych pasywnych tłumików drgań oraz opis metod identyfikacji parametrów tych modeli. Opisano zarówno klasyczne modele reologiczne, jak i modele nieklasyczne, opisywane za pomocą tzw. pochodnych ułamkowych;
- 3) przedstawienie metod analizy dynamicznej konstrukcji z wbudowanymi wiskotycznymi i lepkosprężystymi tłumikami drgań. Prezentowanie analizy dynamicznej w dziedzinie czasu i częstotliwości oraz niestandardowych metod rozwiązania zagadnień własnych;

- 4) zwięzły opis metod badania wrażliwości konstrukcji z pasywnymi tłumikami drgań na zmianę parametrów projektowych tłumików;
- 5) omówienie metod optymalnego doboru parametrów tłumików drgań oraz ich optymalnego rozmieszczania na konstrukcji;
- 6) przedstawienie podstaw teoretycznych analizy dynamicznych tłumików drgań jedno- i wielomasowych;
- 7) wprowadzenie do metod aktywnej i półaktywnej redukcji drgań konstrukcji budowlanych.

Autor ma nadzieję, że niniejsza publikacja okaże się użyteczna dla pracowników naukowych zajmujących się dynamiką konstrukcji, a w szczególności problemami redukcji drgań, oraz dla projektantów obiektów narażonych na działanie sił dynamicznych i zainteresowanych nowoczesnymi sposobami redukcji drgań tych obiektów. Projektantom konstrukcji budowlanych praca może być pomocna poprzez wyjaśnienie naukowych podstaw analizy i syntezy konstrukcji z tłumikami drgań. Publikacja może też zainteresować studentów i doktorantów wydziałów budowlanych i mechanicznych politechnik, ponieważ przedstawia metody potencjalnie istotne z punktu widzenia projektanta konstrukcji budowlanych, ale równocześnie wykraczające poza ramy standardowego wykładu z dynamiki konstrukcji.

Wyrażam wdzięczność recenzentowi prof. dr. hab. inż. Marianowi Klasztornemu za rzeczowe i wnikliwe uwagi, które były cenną pomocą w końcowej redakcji książki.

Publikacja ta może się ukazać dzięki życzliwości Dziekana Wydziału Budownictwa i Inżynierii Środowiska Politechniki Poznańskiej prof. dr. hab. inż. Janusza Wojtkowiaka i Dyrektora Instytutu Konstrukcji Budowlanych Politechniki Poznańskiej dr. hab. inż. Jerzego Rakowskiego, prof. PP. Składam Im w tym miejscu podziękowanie.

Znaczna część pracy powstała w ramach projektu badawczego Nr 2013/09/B/ST8/01733 i przy finansowym wsparciu Narodowego Centrum Nauki. Za otrzymane wsparcie bardzo dziękuję.

Osobne podziękowania składam dr inż. Justynie Grzymisławskiej, dr inż. Zdzisławowi Pawlakowi, dr inż. Maciejowi Przychodzkiemu, mgr. inż. Bartoszowi Chorańczewskiemu oraz studentom, z którymi miałem przyjemność współpracować. Część efektów tej współpracy została przedstawiona w niniejszej publikacji.

Pani inż. Anastazji Pawlak serdecznie dziękuję za pomoc w ostatecznym opracowaniu rysunków zamieszczonych w pracy.

Jestem wdzięczny mojej żonie Marii Łupieniak za cierpliwość, wyrozumiałość i życzliwe przyglądanie się postępom w redakcji pracy.

Wszystkim Czytelnikom będę wdzięczny za wszelkie uwagi, w tym również krytyczne, dotyczące tej pracy.

Roman Lewandowski

Poznań, styczeń 2014 r.