



Jacek **Kabziński**
Przemysław **Mosiółek**

Projektowanie nieliniowych układów sterowania

Projektowanie nieliniowych układów sterowania

[Kup książkę](#)



**Komitet Automatyki i Robotyki
Polskiej Akademii Nauk**

Monografie Tom 22

Komitet Redakcyjny serii

prof. Tadeusz **Kaczorek** (przewodniczący)

prof. Władysław **Findeisen**

prof. Henryk **Górecki**

prof. Edward **Jezierski**

prof. Jerzy **Klamka**

prof. Jacek **Kluska**

prof. Józef **Korbicz**

prof. Krzysztof **Malinowski**

prof. Maciej **Niedźwiecki**

prof. Ewa **Niewiadomska-Szynkiewicz**

prof. Marek **Pawelczyk**

prof. Leszek **Rutkowski**

prof. Ryszard **Tadeusiewicz**

prof. Krzysztof **Tchoń**

prof. Leszek **Trybus**

prof. Jan **Węglarz**



Jacek **Kabziński**
Przemysław **Mosiółek**

Projektowanie nieliniowych układów sterowania



[Kup książkę](#)

Projekt okładki i stron tytułowych: **Przemysław Spiechowski**

Fotografia na okładce: **Shutterstock/Ruslan Gi**

Wydawca: **Adam Filutowski**

Koordynator ds. redakcji: **Renata Ziółkowska**

Redaktor: **Maria Kasperska**

Produkcja: **Mariola Grzywacka**

Skład i łamanie: **Ewa Szelatyńska, ScanSystem.pl**

Recenzent: **dr hab. inż. Alicja Mazur, profesor Politechniki Wrocławskiej,
Katedra Cybernetyki i Robotyki**

Książka została dofinansowana przez Politechnikę Łódzką, Instytut Automatyki

Książka, którą nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy, abyś przestrzegał praw, jakie im przysługują. Jej zawartość możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym. Ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. A kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

Szanujmy cudzą własność i prawo.
Więcej na www.legalnakultura.pl.
Polska Izba Książki

Copyright © by Wydawnictwo Naukowe PWN SA
Warszawa 2018

ISBN 978-83-01-19697-4

Wydanie I

Wydawnictwo Naukowe PWN SA
02-460 Warszawa, ul. Gottlieba Daimlera 2
tel. 22 69 54 321, faks 22 69 54 288
infolinia 801 33 33 88
e-mail: pwn@pwn.com.pl, reklama@pwn.pl
www.pwn.pl

Druk i oprawa: OSDW Azymut Sp. z o.o.

Kup książkę

Spis treści

Przedmowa	VII
Wprowadzenie	IX
I. Stabilność nieliniowych układów dynamicznych	1
1. Nieliniowe układy dynamiczne, punkty równowagi i stabilność	3
2. Bezpośrednia metoda Lapunowa – układy stacjonarne	13
2.1. Podstawowe twierdzenie o stabilności	13
2.2. Twierdzenie o globalnej stabilności asymptotycznej i wyznaczanie zbioru przyciągania	17
2.3. Modyfikacje bezpośredniej metody Lapunowa w przypadku półokreślonej pochodnej systemowej	21
2.4. Zastosowanie funkcji majoryzujących	24
2.5. Bezpośrednia metoda Lapunowa dla układów liniowych	25
3. Bezpośrednia metoda Lapunowa – układy niestacjonarne i uogólnienia	27
3.1. Podstawowe twierdzenie o stabilności układów niestacjonarnych	27
3.2. Lemat Barbalata, twierdzenie LaSalle’a-Yoshizawy, jednostajna ograniczoność trajektorii	31
II. Metody projektowania nieliniowych układów sterowania	37
4. Idea projektowania sterowania z wykorzystaniem bezpośredniej metody Lapunowa	39
4.1. Bezpośrednia metoda Lapunowa w analizie stabilności układów	40
4.2. Sterująca funkcja Lapunowa	41
4.3. Reprezentacja niepewności w modelu obiektu – układy odporne i adaptacyjne	43
4.4. Projektowanie z wykorzystaniem funkcji Lapunowa dla układu nominalnego	45
4.5. Od projektowania z wykorzystaniem funkcji Lapunowa dla układu nominalnego do rekursywnego tworzenia funkcji Lapunowa	47
5. Adaptacyjne nadążanie za modelem	55
5.1. Liniowy układ adaptacyjny nadążający za liniowym modelem odniesienia	56
5.2. Nieliniowy układ adaptacyjny nadążający za liniowym modelem odniesienia	63
5.2.1. Nadążanie za modelem w układach wielowejściowych	63
5.2.2. Klasyczne prawo adaptacji	69
5.2.3. Sprzężenie zwrotne w prawie adaptacji	75
5.2.4. Dynamiczne sprzężenie zwrotne w prawie adaptacji	79
5.2.5. Rzutowanie adaptowanych parametrów na zbiór ograniczeń	80
5.3. Nieliniowy układ adaptacyjny nadążający za nieliniowym modelem z liniowym modelem pośrednim	83
6. Algorytm „kroków wstecz”	93
6.1. Podstawowe etapy algorytmu „kroków wstecz”	93
6.2. Algorytm „kroków wstecz” w układzie drugiego rzędu	96
6.3. Ogólna postać algorytmu „kroków wstecz”	98
6.4. Korzystne nieliniowości	107
7. Adaptacyjny algorytm „kroków wstecz”	115
7.1. Adaptacyjny algorytm „kroków wstecz” dla układu dwuwymiarowego	115
7.2. Wprowadzenie funkcji strojących	119

7.3. Ogólna postać adaptacyjnego algorytmu „kroków wstecz” z funkcjami strojącymi	121
7.4. Odporne prawa adaptacji	134
7.4.1. σ -modyfikacja prawa adaptacji	135
7.4.2. $e\text{-}\sigma$ -modyfikacja prawa adaptacji	137
7.4.3. Prawa adaptacji z rzutowaniem	139
7.4.4. Przykład	142
7.5. Sterowanie odporne	146
8. Adaptacyjny algorytm „kroków wstecz” z filtracją funkcji stabilizujących	151
8.1. Algorytm „kroków wstecz” z filtracją funkcji stabilizujących	152
8.2. Inne rozwiązania filtrów obliczających pochodne	157
8.3. Odporne prawa adaptacji	158
8.3.1. σ -modyfikacja prawa adaptacji	159
8.3.2. $e\text{-}\sigma$ -modyfikacja prawa adaptacji	160
8.3.3. Prawa adaptacji z rzutowaniem	161
9. Adaptacyjny algorytm „kroków wstecz” z przybliżonym różniczkowaniem funkcji stabilizujących	169
III. Praktyczne aspekty projektowania nieliniowych układów sterowania	179
10. Układy z ograniczonym sterowaniem i nieznanym współczynnikiem wzmocnienia sterowania	181
10.1. Ograniczenie sygnału sterującego a realizacja celów sterowania	181
10.2. Adaptacyjny algorytm „kroków wstecz” z ograniczeniem sterowania	183
10.3. Nieznany współczynnik wzmocnienia sterowania	187
10.4. Łączenie różnych technik projektowania metodą „kroków wstecz”	190
11. Układy nieliniowe względem zmiennych w czasie parametrów	203
11.1. Założenia o liniowości układu względem stałych parametrów	203
11.2. Odporna stabilizacja metodą „kroków wstecz”	213
12. Adaptacyjny algorytm „kroków wstecz” z ograniczeniami wyjścia i zmiennych stanu	219
12.1. Barrierowe funkcje Lapunowa	219
12.2. Algorytm „kroków wstecz” z ograniczeniem wyjścia	221
12.3. Algorytm „kroków wstecz” z ograniczeniem wszystkich zmiennych stanu ...	226
Dodatki	239
D1. Wektory, macierze i normy – przydatne nierówności i tożsamości	239
D2. Ciągłość, różniczkowalność i równania różniczkowe	243
D3. Operator rzutowania	246
Zestawienie przykładów	249
Słownik terminów stosownych w książce	251
Bibliografia	254

Przedmowa

Podstawowym celem automatyki jest oddziaływanie na otaczające nas procesy w celu zapewnienia ich pożądanego przebiegu. Te procesy są przeważnie nieliniowe, zazwyczaj podlegają wpływowi nieprzewidywalnych czynników zewnętrznych, a ich charakterystyki nigdy nie są dokładnie znane. W klasycznej automatyce ze względu na trudności, jakie nastręcza analiza systemów nieliniowych, często projektuje się układy sterowania z wykorzystaniem uproszczonego, liniowego opisu analizowanych procesów. Takie podejście w naturalny sposób prowadzi do przybliżonych wyników, które mogą być dopuszczalne i wartościowe w konkretnych przypadkach, ale zawsze pozostawiają wątpliwości, czy prowadzą do najlepszego możliwego przebiegu danego procesu i czy nieunikniony margines błędu nie spowoduje całkiem innego działania układu niż przewidywany przy zastosowaniu liniowej analizy. Dlatego celowa jest dokładna analiza otaczających nas procesów przy zastosowaniu nieliniowych metod teorii sterowania. Właśnie temu zagadnieniu jest poświęcona książka zatytułowana „Projektowanie nieliniowych układów sterowania”. W jej pierwszej części są opisane metody badania stabilności nieliniowych układów dynamicznych, zarówno układów stacjonarnych, jak i niestacjonarnych. Omawiane w części pierwszej zagadnienia można wprawdzie znaleźć w polskiej literaturze przedmiotu, ale są one rozsiane po różnych publikacjach i dlatego ich uporządkowanie i przedstawienie w zwartej postaci wydaje się celowe, tym bardziej, że stanowią one element niezbędny do czytania drugiej i trzeciej części książki. Część druga zawiera systematyczny wykład najważniejszych matematycznych metod projektowania nieliniowych układów sterowania obiektami dynamicznymi. Omówiono w niej wiele ważnych zagadnień z tego obszaru, jak na przykład pojęcie sterującej funkcji Lapunowa, kwestię adaptacyjnego nadążania za modelem i wreszcie różne warianty tzw. backsteppingu, czy też jak piszą Autorzy – algorytmu „kroków wstecz”. Warto zauważyć, że Autorzy rozpoczynają od przedstawienia najprostszej wersji tego algorytmu, a następnie stopniowo przechodzą do jego bardziej skomplikowanych wariantów. Takie podejście, zainspirowane wieloletnim doświadczeniem dydaktycznym Autorów w zakresie teorii sterowania, a w szczególności teorii sterowania nieliniowego, z pewnością ułatwi czytelnikom studiowanie książki i analizę zawartych w niej wielu nietrywialnych zagadnień. Trzecia, ostatnia część książki jest poświęcona kilku, bardzo istotnym z praktycznego punktu widzenia, zagadnieniom projektowania nieliniowych układów regulacji. Należą do nich tak ważne kwestie jak nieuniknione w każdej realnej sytuacji ograniczenia sygnału sterującego, zmiennych stanu i sygnału wyjściowego. Całość uzupełniają trzy dodatki ułatwiające mniej zaawansowanym matematycznie czytelnikom śledzenie prezentowanych zagadnień.

Książka ma charakter poważnego podręcznika akademickiego dotyczącego analizy i projektowania nieliniowych systemów sterowania, ma także istotne walory monograficzne. Z pewnością taka publikacja jest od dawna oczekiwana i bardzo potrzebna na polskim rynku wydawniczym, na którym jest obecnie kilka bardzo dobrych i wyczerpujących publikacji na temat sterowania liniowego, ale brakuje zwartej prezentacji metod nieliniowych. Adresatami książki „Projektowanie nieliniowych układów sterowania” są studenci studiów drugiego stopnia kierunku automatyka i robotyka oraz kierunków pokrewnych, dyplomanci oraz doktoranci zajmujący się zagadnieniami sterowania nieliniowego, a także

inżynierowie, którzy coraz częściej dostrzegają szansę uzyskania przewagi konkurencyjnej swoich firm i zespołów, dzięki zastosowaniu zaawansowanych – i zwykle uważanych za trudne – metod sterowania nieliniowego. Książka może być także interesująca dla słuchaczy studiów doktoranckich i badaczy związanych z ekonomią, w której zaniebdywane wcześniej modele nieliniowe w ostatniej dekadzie zaczęły cieszyć się rosnącą popularnością.

Andrzej Bartoszewicz

Łódź, 5 czerwca 2017 r.

Wprowadzenie

Przedstawiamy wybrane metody projektowania układów sterowania z obiektami opisanymi nieliniowymi równaniami różniczkowymi zwyczajnymi o nieznanach parametrach.

Napisaaliśmy tę książkę, żeby pokazać, że skuteczne projektowanie nieliniowych, adaptacyjnych układów sterowania jest możliwe – konieczne do niego techniki i sposoby mogą być opanowane przez studentów automatyki i robotyki, a przez inżynierów automatyków powinny być włączone do podstawowego zasobu metod projektowania.

Podjęte tu tematy lokują się w głównym nurcie rozwoju teorii sterowania, w obszarze nieliniowych, adaptacyjnych układów sterowania. Świat wokół nas jest nieliniowy. Większość obiektów sterowania powinna być opisywana za pomocą modeli nieliniowych. To, że powszechnie są stosowane regulatory otrzymane w wyniku przybliżenia obiektu modelem liniowym, nie wynika z lepszej jakości takiego sterowania, a jedynie z ograniczeń teorii i możliwości implementacji sterowania nieliniowego. Znaczenie sterowania nieliniowego było podkreślane nawet w okresie rozwoju klasycznej teorii sterowania, bazującej na modelach liniowych. W 1955 roku, w jednym z bardziej popularnych podręczników pisano:

„(...) the designer must be acquainted with the basic techniques available for considering nonlinear systems. He must be able to analyze the effects of unwanted non-linearities in the system and to synthesize nonlinearities into the system to improve dynamic performance”¹.

Sterowanie adaptacyjne jest wręcz uznawane za kierunek przyszłego rozwoju automatyki. Profesor K.J.Aström, wielki autorytet w zakresie strojenia i projektowania liniowych regulatorów, w 2014 roku pisał:

„In the future, adaptive control may be an important component of emerging autonomous systems”².

W nieliniowym, zmiennym świecie adaptacyjne sterowanie nieliniowe prowadzi do lepszych wyników niż sterownie liniowe. Skuteczne rozszerzenie możliwości stosowania nieliniowych, adaptacyjnych metod sterowania ma wpływ nie tylko na poprawę jakości sterowania, ale też na mniejsze zużycie energii w sterowanych układach i procesach. Dotyczy to wielu obszarów zastosowań. Robotyka, sterowanie ruchem i napędami, energetyka, automatyka procesowa to tylko niektóre z możliwości. Control Systems Society IEEE prowadzi listę³ najbardziej znaczących dla rozwoju współczesnej techniki osiągnięć automatyki. Większość z umieszczonych tam opisów dotyczy zastosowań sterowania nieliniowego i adaptacyjnego.

We współczesnej teorii sterowania nieliniowego można wyróżnić kilka głównych nurtów. W książce skoncentrowaliśmy się na takich sposobach sterowania, w których wyko-

¹ „(...) projektant musi opanować podstawowe techniki dotyczące systemów nieliniowych. Musi być zdolnym do analizy efektów niechcianych nieliniowości na układ i do syntezy nieliniowych praw sterowania poprawiających jakość pracy systemu”. Truxal J., *Automatic Feedback Control System Synthesis*, McGraw-Hill, New York, NY, (1955).

² W przyszłości sterowanie adaptacyjne może być ważnym składnikiem kształtujących się systemów autonomicznych. Astrom K.J., Kumar P.R., *Control: a perspective*, Automatica, vol. 50, no. 1, pp. 3–43, (2014)

³ <http://ieeecss.org/general/loCT2-report> (dostęp 03.09.2017).

rzystuje się bezpośrednią metodę Lapunowa. Teoria stabilności Lapunowa jest właściwie elementem koniecznym każdej metody projektowania nieliniowego układu sterowania. Podstawową cechą każdego praktycznego układu sterowania jest jego stabilność. W przypadku nieliniowego obiektu lub regulatora to właśnie teoria Lapunowa służy do badania stabilności już zaprojektowanego układu sterowania i upewnienia się, że będzie on działał poprawnie i bezpiecznie. W podejściu przedstawionym w tej książce sytuacja zostaje odwrócona: to regulator, prawa sterowania i adaptacji są konstruowane tak, by spełnić warunki stabilności wynikające z bezpośredniej metody Lapunowa.

W rozdziałach pierwszym, drugim i trzecim przedstawiliśmy w zwarty sposób wszystkie podstawowe definicje i twierdzenia składające się na podstawy teorii stabilności Lapunowa i bezpośredniej metody badania stabilności układów nieliniowych. Zebrałiśmy wyniki pochodzące z oryginalnych prac Lapunowa i rezultaty uzyskane w ostatnich latach, bowiem teoria stabilności jest ciągle rozwijana. Wraz z podanymi twierdzeniami przedstawiliśmy dowody i interpretacje na przykładach, tak by można było zrozumieć całość bez sięgania do innych źródeł bibliograficznych.

Koncepcję projektowania sterowania z wykorzystaniem bezpośredniej metody Lapunowa przedstawiliśmy w rozdziale czwartym. Tam też zdefiniowaliśmy problem sterowania odpornego i adaptacyjnego. Pokazaliśmy, dlaczego w przypadku sterowania w obecności zakłóceń tak ważne są tzw. warunki dopasowania i dlaczego rekursywne metody projektowania pozwalają na ominięcie ograniczeń wnoszonych przez te warunki.

W rozdziale piątym opisaliśmy sposób projektowania układów adaptacyjnych nadających za modelem odniesienia, także w przypadku gdy i model i obiekt sterowania są nieliniowe. Głównym wyróżnikiem wszystkich prezentowanych w tej książce metod sterowania jest możliwość ich skutecznego stosowania w rzeczywistych warunkach. Dlatego dużo miejsca poświęciliśmy na omówienie odpornych praw adaptacji, które sprawdzają się w obecności zewnętrznych zakłóceń i rozbieżności między modelem a układem rzeczywistym.

W rozdziale szóstym przedstawiliśmy algorytm „kroków wstecz”, czyli rekursywną metodę projektowania sterowania wykorzystującą funkcje Lapunowa tworzone dla kolejnych, kaskadowo połączonych podukładów. W zasadzie ten sposób projektowania polega na kompensowaniu nieliniowości obiektu przez odpowiednio dobrane sterowanie. Jednak nie każda nieliniowość działa w sposób destabilizujący układ. Sposobom rozróżnienia takich „korzystnych nieliniowości” i wykorzystania ich w układzie sterowania poświęcono dużą część tego rozdziału.

Adaptacyjną wersję algorytmu „kroków wstecz” omówiliśmy w rozdziale siódmym, a rozdziały ósmy i dziewiąty poświęciliśmy jego modyfikacjom zabezpieczającym przed jednym z większych problemów w praktycznej implementacji – tzw. eksplozją złożoności algorytmu. Podobnie jak w rozdziale piątym powraca tu problem odporności układu adaptacyjnego na zewnętrzne zakłócenia i nieuwzględnioną w modelu dynamikę obiektu. W każdym z wariantów procedury „kroków wstecz” umożliwiono stosowanie odpornych praw adaptacji i rozważono inne sposoby „uodpornienia” układu adaptacyjnego.

W kolejnej części odnieśliśmy się do ograniczeń, jakie często występują w rzeczywistych układach sterowania, a które nie były uwzględniane w przedstawionych dotychczas metodach projektowania. Omówiliśmy wykorzystanie algorytmu „kroków wstecz” w przypadku ograniczonego sygnału sterującego (rozdział dziesiąty) i w przypadku ogra-

niczeń nałożonych na wyjście lub zmienne stanu układu (rozdział dwunasty). W rozdziale jedenastym przedstawiliśmy szereg praktycznych kwestii związanych z założeniami o nieznanach parametrach występujących w modelu. Wyjaśniliśmy, jak postępować, jeśli te parametry nie są stałe i jeśli model nie jest „liniowo sparаметryzowany”. Podkreśliśmy ważną z praktycznego punktu widzenia kwestię liczby adaptowanych parametrów. Pokazaliśmy też, jak łączyć różne techniki projektowania, by dopasować się do specyfiki problemu i wykorzystać silne strony procedury „kroków wstecz” – jej przejrzystość i logiczny porządek w generalnej linii postępowania oraz elastyczność w szczegółach.

Wybór tych, a nie innych, metod projektowania był motywowany naszym przekonaniem o ich skuteczności i możliwości praktycznego stosowania. Zaletą prezentowanych procedur jest ich rekursywny, „modułowy” charakter. Zasady postępowania tworzą czytelny schemat, który można łatwo opanować i z powodzeniem stosować w różnych problemach. Chcieliśmy uzbroić czytelnika w podstawowy arsenał precyzyjnie przedstawionych procedur projektowania, które jednak można twórczo modyfikować i dostosowywać do specyfiki rozwiązywanego problemu.

Chcieliśmy, żeby tekst był czytelny bez uciążliwego odwoływania się do cytowanych źródeł, dlatego konieczne dodatkowe informacje, definicje i twierdzenia umieściliśmy w dodatkach. Wszystkie problemy i metody projektowania są zilustrowane blisko 30 przykładami. Wybraliśmy układy dość proste i zobrazowaliśmy efekty projektowania wynikami symulacji cyfrowych, tak by każdy zainteresowany mógł powtórzyć opisane eksperymenty. Możemy też zapewnić, że sprawdziliśmy możliwość uruchomienia układów sterowania zaprojektowanych opisanymi metodami w rzeczywistych układach wyposażonych w sterowniki w postaci procesorów sygnałowych.

Dla wielu przedstawionych tu metod projektowania jest to pierwszy opis w języku polskim. Mieliśmy więc obowiązek zaproponowania polskich odpowiedników dla pojęć uznanych i funkcjonujących w języku angielskim. Mamy nadzieję, że są na tyle trafne, by utrwalić się w polskiej terminologii automatyki. Terminy polskie i angielskie zestawiliśmy w słowniku na końcu książki.

Przedstawione rozważania mieszczą się w tym obszarze metod matematycznego opisu rzeczywistości, który obejmuje teoria sterowania. Wyróżnikiem tej książki jest zorientowanie na metody projektowania nieliniowych układów sterowania, które mogą być skutecznie używane w praktycznych zastosowaniach. Nie sposób nie odwołać się tutaj do sławnego cytatu „Nie ma nic tak praktycznego jak dobra teoria”⁴.

Naszym celem było wypełnienie pewnej luki w istniejącej, polskiej literaturze akademickiej dotyczącej automatyki i teorii sterowania. Książka jest adresowana do szerokiego grona odbiorców. Skorzystają z niej studenci i nauczyciele akademicki na kierunkach automatyka i robotyka oraz mechatronika, doktoranci i pracownicy nauki zajmujący się nieliniową teorią sterowania, a także jej zastosowaniami we wszelkich, bardzo licznych obszarach. Zapraszamy do lektury i twórczego stosowania przedstawionych tu procedur projektowania nieliniowych, adaptacyjnych układów sterowania.

⁴ Lewin, K. (1951). *Problems of research in social psychology*. In D. Cartwright (Ed.), *Field theory in social science: Selected theoretical papers* (pp. 155-169). New York: Harper & Row. (p. 169), choć ten cytat jest także przypisywany Jamesowi Clerkowi Maxwellowi, Ludwigowi Boltzmannowi, a nawet Leonidowi Breżniewowi.