

Przedmowa

Przedstawiam Państwu podręcznik zatytułowany *Matematyka finansowa*. Zazwyczaj bywa tak, że tytuł podręcznika określa zakres merytoryczny prezentowanych w nim treści. W przypadku terminu „matematyka finansowa” sytuacja jednak jest bardziej złożona. W języku polskim, w ciągu ostatniego dwudziestolecia, zakres merytoryczny tego pojęcia ewoluował. Spostrzeżenie to odnosi się zarówno do oryginalnych opracowań polskich autorów, jak i do dzieł, głównie anglojęzycznych, tłumaczonych na język polski. Pierwotnie termin „matematyka finansowa” był identyfikowany z modelami oprocentowania kapitału. Takiemu zakresowi tematycznemu z grubsza odpowiadały podręczniki: [Dobija, Smaga, 1995]¹, [Smaga, 1999], [Sobczyk, 2001]², [Chrzan, 2001], [Ronka-Chmielowiec W., Kuziak K., 2001], [Podgórska, Klimkowska, 2005]³. W chwili obecnej ten obszar wiedzy stanowi jedynie jeden z działów matematyki finansowej, nazywany teorią procentu [Chrzan, 2001; Luenberger, 2003] lub arytmetyką finansową [Smaga, 1999; Piasecki, 2005].

Arytmetyka finansowa stanowi podstawę do ogólnej teorii narzędzi finansowych o zdeterminowanych przepływach finansowych. Dotyczy to między innymi teorii portfeli immunizowanych lub teorii krzywych terminowych. W polskim piśmiennictwie obszernie omówienie tych teorii można znaleźć w: [Piasecki, 2007b]. Od początku minionego stulecia zaczęła rozwijać się teoria narzędzi finansowych o losowych przyszłych przepływach finansowych. W błyskotliwy

¹ Podręcznik zawiera również elementy matematyki ubezpieczeniowej.

² Podręcznik zawiera również elementy obliczeń z zakresu finansów przedsiębiorstw.

³ Podręcznik zawiera również elementarne podstawy teorii instrumentów pochodnych.

sposób rozwinęły się tutaj przede wszystkim matematyka aktuarialna, zawierająca w sobie arytmetykę finansową i poszerzona o teorię portfelową, teorię martyngałową i teorię instrumentów pochodnych. Jak się wydaje, teoria instrumentów finansowych o losowych przepływach finansowych stanowi w chwili obecnej dominującą część matematyki finansowej. W polskim piśmiennictwie obszernie omówienie tych teorii można znaleźć w podręcznikach: [Jakubowski i inni, 2003] oraz [Pliska, 2005]. Do elementów tej teorii nawiązują też Podgórska i Klimkowska [2005] oraz Piasecki [2007b]. Omawiając te rozszerzone pojęcia matematyki finansowej, świadomie wymieniałem te pozycje literatury, które zawierają pełny wykład arytmetyki finansowej i w tytule mają słowa „matematyka finansowa”. W moim mniemaniu właśnie one odzwierciedlają nasze rozumienie zakresu merytorycznego tego terminu. Warto tutaj dodać, że wszystkie wspomniane teorie są również obszernie omówione w bogatej literaturze poświęconej teorii i praktyce inwestowania.

Reasumując, zakres merytoryczny podręcznika *Matematyka finansowa* obejmuje arytmetykę finansową i jest poszerzony o problematykę składki w ubezpieczeniach na życie. Skąd taki wybór?

O kształcie merytorycznym książki zadecydowała jej geneza. Jest ona wydana przez Wydawnictwo C.H. Beck w serii *Finanse*, podserii *Podręczniki Rekomendowane przez Komitet Nauk o Finansach*. Komitet ten określił szereg warunków stawianych rekomendowanym przez siebie podręcznikom. Jednym z takich wymogów było jednoznaczne zdefiniowanie zakresu merytorycznego, jako identycznego z zakresem merytorycznym wymagań określonych w standardach kształcenia dla kierunków studiów *Finanse i rachunkowość*⁴. I tak, zgodnie z tym wymogiem, zakres merytoryczny ukazującego się w tej podserii podręcznika *Matematyka finansowa* został jednoznacznie zdefiniowany przez treści i efekty kształcenia w zakresie matematyki finansowej podane we wspomnianych standardach kształcenia.

Wiadomo już, że obligatoryjne standardy kształcenia zostaną zastąpione ramami kompetencyjnymi. Nie wydaje się jednak, aby ta zmiana w sposobie zarządzania dydaktyką akademicką w radykalny sposób zmieniła treści kształcenia z zakresu arytmetyki finansowej czy też problematyki składki w ubezpieczeniach na życie. W moim przekonaniu modernizacja zainicjowana reformą nie zdeprecjonuje proponowanego tutaj podręcznika.

⁴ Rozporządzenie Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego z dnia 12 lipca 2007 w sprawie standardów kształcenia dla poszczególnych kierunków oraz poziomów kształcenia, a także warunków, jakie musi spełniać uczelnia, by prowadzić studia międzykierunkowe oraz makrokierunki.

Kolejnym atrybutem każdej książki jest zastosowany język opisu merytorycznego. W przypadku tego podręcznika są to: język matematyki, język finansów i – *signum temporis* – język informatyki. Od czytelnika oczekuje się poziomu wiedzy matematycznej w zakresie wymaganym na kierunku finanse i rachunkowość. Podręcznik został skonstruowany w ten sposób, że poszczególne elementy teorii arytmetyki finansowej czy też teorii składki w ubezpieczeniach na życie zostały przedstawione jako fakty, a nie jako formalne składniki pewnej matematycznej struktury aksjomatyczno-dedukcyjnej. Jest to już tradycja podręczników akademickich przekazujących wspomniane powyżej treści dydaktyczne. Podejście takie czyni tę książkę przyjazną także dla osób minimalizujących swoje kontakty z matematyką. Z drugiej strony trzeba pamiętać, że w przypadku prezentowanej w tej książce tematyki, całkowite ominięcie matematyki nie jest możliwe. Czytelników pragnących poszerzyć swą wiedzę o aksjomatyczno-dedukcyjną teorię arytmetyki finansowej zapraszam do lektury książki [Pia-secki, 2007b].

Proponowany podręcznik został uformowany w ten sposób, aby wykład z matematyki finansowej mógł poprzedzać wykłady poświęcone finansom *sensu stricto*. Od czytelnika wymaga się znajomości jedynie potocznych elementów wiedzy finansowej. Z drugiej strony pamiętano, że matematyka finansowa wspomaga finanse. Chcąc ułatwić takie zastosowanie matematyki finansowej, wielu jej pojęciom przyporządkowano ich synonimy stosowane na gruncie finansów. Lista tych synonimów pewnie zawsze będzie listą otwartą.

Złożoność obliczeniowa wielu procedur arytmetyki finansowej oraz powszechna dostępność technik komputerowych skłaniają do wykorzystywania tych ostatnich w obliczeniach arytmetyki finansowej. Przyjęto założenie, że obliczenia te powinny być prowadzone z zastosowaniem oprogramowania taniego i tym samym powszechnie dostępnego. Oprogramowaniem takim jest arkusz kalkulacyjny EXCEL. Wszędzie tam, gdzie jest to możliwe, opis zależności arytmetyki finansowej został poszerzony o jej implementację w arkuszu EXCEL. Każda taka implementacja jest przedstawiona jako wywołanie funkcji czasowej lub funkcji finansowej arkusza EXCEL realizującej podstawienie wyznaczone przez opisywaną zależność. Podejście takie powinno ułatwić stosowanie arkusza EXCEL w obliczeniach arytmetyki finansowej. W podręczniku posłużono się funkcjami arkusza EXCEL wchodzącego w skład pakietu biurowego OFFICE Professional 2007.

Na końcu każdego rozdziału zamieszczono zadania do samodzielnego rozwiązania. Wśród nich są też takie, które typowy student kierunków ekonomicznych może rozwiązać jedynie z zastosowaniem arkusza kalkulacyjnego EXCEL lub bardziej zaawansowanego pakietu obliczeniowego.

Arytmetyka finansowa może być błędnie postrzegana, jako sztywny zestaw niezmiennych reguł obliczeniowych. Wyraźnie widoczne są tylko zmiany zachodzące w tych działach matematyki finansowej, które są bardzo zaawansowane formalnie. Nieustannie rozwija się też teoria i praktyka finansów. Wpływa to na zmianę uzasadnienia wyboru procedur obliczeniowych arytmetyki finansowej. W tym podręczniku dynamiczne zmiany wartości kapitału uzasadniono za pomocą czasowej relacji preferencji kapitału opisaną przez de Soto [2009]. Takie podejście stanowi kolejny krok w ewolucji instrumentarium arytmetyki finansowej.

Podręcznik został pomyślany w taki sposób, aby mógł stanowić bazę dla wielu różnych wykładów matematyki finansowej. Możliwe warianty tych wykładów zostały opisane w „Przewodniku dla studentów”.

Powstanie każdej książki jest zawsze zasługą szeregu ludzi. Pierwszych wymieniam tutaj wszystkich autorów książek wspomnianych w pierwszym akapicie przedmowy. To uważna lektura tych dzieł otworzyła przede mną mikrokosmos arytmetyki finansowej i pozwoliła mi na wyrobienie sobie własnych poglądów na ten temat.

Drugą ważną grupą, która wniosła istotny wkład w powstanie tego podręcznika, są moi studenci. To oni wielokrotnie nękali mnie dociekliwymi pytaniami, w których sam sposób stawiania problemu był dla mnie bardzo kreatywny. Odpowiedzi na te pytania wykorzystałem przy pisaniu tej książki.

Istotną rolę przy przygotowaniu tej książki odegrali moi współpracownicy, którzy pierwsi wykorzystali jej maszynopis do przygotowania ćwiczeń z matematyki finansowej. Szczególne podziękowania składam tutaj Pani dr Annie Łyczkowskiej-Hanćkowiak z Katedry Badań Operacyjnych Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu. Szczegółowa i krytyczna analiza tekstu przygotowana mi przez Panią Doktor pozwoliła na wychwycenie i poprawienie wielu wad pierwotnej wersji maszynopisu.

Z drugiej strony na powstanie tej książki mieli wpływ członkowie Komitetu Nauk o Finansach Polskiej Akademii Nauk. To oni zainicjowali powstanie serii: Podręczniki rekomendowane przez Komitet Nauk o Finansach, w której znalazła się również *Matematyka finansowa*.

Na liście osób, które miały wpływ na powstanie tej książki, jest również Pani Redaktor Dorota Ostrowska-Furmanek. To jej kategoryczna sugestia skłoniła mnie napisania tego podręcznika. Książkę tę planowałem napisać w „nadchodzących latach” i tylko Pani Redaktor zawdzięczam to, że została napisana już teraz. Dyskretny nadzór Pani Redaktor pozwolił mi na dotrzymanie terminów wydawniczych i właściwej jakości finalnej wersji podręcznika.

Panu Profesorowi Edwardowi Smadze dziękuję z recenzję zawierającą zalecenia i uwagi do dyskusji nad książką. Materia ta stanowiła inspirację do dalszych modyfikacji kształtu przedstawianych treści merytorycznych. Wprowadzone zmiany uczyniły przygotowywany podręcznik lepszym.

Pani Profesor Wandzie Ronce-Chmielowiec dziękuję za przyjęcie zaproszenia do przygotowania rozdziału o składce w ubezpieczeniach życiowych. Ten rozdział, napisany przez Autorkę o powszechnie znanych kompetencjach, będzie na pewno stanowić atut tego podręcznika.

Na koniec zostawiam wspomnienie o naszym Koledze – ś.p. Profesorze Piotrze Chrzanie. Miał razem z nami pisać tę książkę. Na początku lipca 2010 już umawialiśmy się na szczegółowe wrześniowe dyskusje nad formą i treścią podręcznika. W pierwszą niedzielę wrześniową dogoniła mnie tragiczna wiadomość: „Piotr nie żyje”. Z początku była jeszcze nadzieja, że może nie jest to prawda. Niestety bardzo szybko ta informacja została miarodajnie potwierdzona. 3 września 2010 zmarł ś.p. Profesor Piotr Chrzan. Nie mogłem już z nim porozmawiać o tym, jak ma wyglądać nasza książka. Nie ustaliliśmy, czy będziemy pisać o teorii procentu, czy też o arytmetyce finansowej. Zostałem z tym problemem sam. Książkę napisałem o arytmetyce finansowej. Myślę, że Piotr akceptuje ten wybór.

Każda książka ma swoje dobre i złe cechy. Za to, co w niej dobre, dziękuję wszystkim wymienionym wcześniej osobom. Za to, co w niej złe, odpowiedzialność ponoszę jedynie ja.

Krzysztof Piasecki

Jako autorka ostatniego, 10 rozdziału pragnę dodać kilka uwag. W roku 2009 dowiedziałam się o inicjatywie pisania podręcznika *Matematyka finansowa* i wówczas zostałam przez moich znakomitych kolegów Panów Profesorów ś.p. Piotra Chrzana oraz Krzysztofa Piaseckiego poproszona do współpracy, aby podręcznik uzupełnić o rozdział dotyczący kalkulacji składek w ubezpieczeniach na życie. Zaproszenie to przyjąłem z wielką przyjemnością, gdyż od lat osobiście i pracownicy Katedry Ubezpieczeń Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu wykładamy te zagadnienia studentom, co wzbogaciło mnie w doświadczenie dydaktyczne.

W ostatnich miesiącach współpracowałam już tylko niestety z Panem Profesorem Krzysztofem Piaseckim oraz Panią Redaktor Dorotą Ostrowską-Furmanek. W efekcie tej współpracy powstał rozdział 10. Rozdział ten zawiera podstawowe zagadnienia wykładane studentom uczelni ekonomicznych związane z ustalaniem składki ubezpieczeniowej netto w ubezpieczeniach na życie oraz ryzyko

ubezpieczeniowe w ubezpieczeniach na życie, w tym zasady konstrukcji tablic trwania życia. Następnie przedstawiono metody kalkulacji jednorazowej i okresowej składki netto w podstawowych typach ubezpieczeń na życie, jak również wprowadzono liczby komutacyjne i pokazano, jak można je wykorzystywać do obliczeń wysokości składki.

Pragnę również złożyć podziękowania recenzentowi Profesorowi Edwardowi Smadze za cenne uwagi, które wpłynęły na lepszy ostateczny kształt tekstu.

Wanda Ronka-Chmielowiec