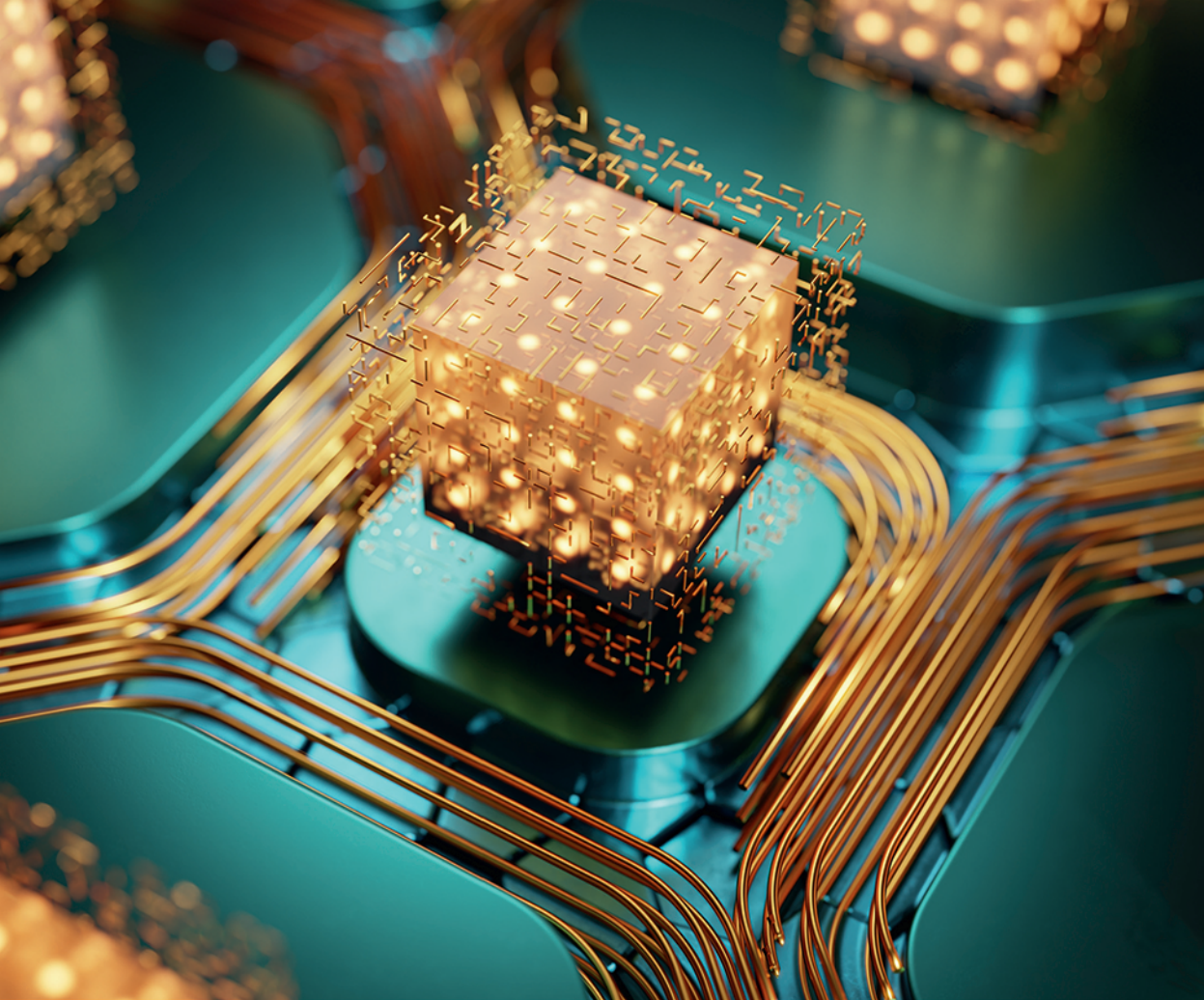




# ELEKTRONIKA

## OD ANALIZY SYMBOLICZNEJ DO OBLICZEŃ KWANTOWYCH

Jacek **Izydorczyk**, **Andrzej Malcher**,  
Anna **Filipowska**, Weronika **Izydorczyk**,  
Sławomir **Lasota**, Piotr **Zawadzki**

Wydawnictwo  
Naukowe  
**Helion** 

Publikacja dofinansowana ze środków JM Rektora Politechniki Śląskiej  
w ramach projektu 02/160/RGM23/0224.

Wszelkie prawa zastrzeżone. Nieautoryzowane rozpowszechnianie całości  
lub fragmentu niniejszej publikacji w jakiegokolwiek postaci jest zabronione.  
Wykonywanie kopii metodą kserograficzną, fotograficzną, a także kopiowanie  
książki na nośniku filmowym, magnetycznym lub innym powoduje naruszenie  
praw autorskich niniejszej publikacji.

Wszystkie znaki występujące w tekście są zastrzeżonymi znakami firmowymi  
bądź towarowymi ich właścicieli.

Autor oraz wydawca dołożyli wszelkich starań, by zawarte w tej książce informacje  
były kompletne i rzetelne. Nie biorą jednak żadnej odpowiedzialności ani za ich  
wykorzystanie, ani za związane z tym ewentualne naruszenie praw patentowych  
lub autorskich. Autor oraz wydawca nie ponoszą również żadnej odpowiedzialności  
za ewentualne szkody wynikłe z wykorzystania informacji zawartych w książce.

Opiniodawcy:

prof. dr hab. inż. Robert Cierniak (Politechnika Częstochowska)

prof. dr hab. Piotr Porwik (Uniwersytet Śląski)

Redaktor prowadzący: Małgorzata Kulik

Projekt okładki: Studio Gravite/Olsztyn

Obarek, Pokoński, Pazdrijowski, Zaprucki

Skład komputerowy w systemie  $\text{\LaTeX}$  wykonał autor.

Materiały graficzne na okładce zostały wykorzystane za zgodą Shutterstock.

Helion S.A.

ul. Kościuszki 1c, 44-100 Gliwice

tel. 32 230 98 63

e-mail: [helion@helion.pl](mailto:helion@helion.pl)

WWW: <https://helion.pl> (księgarnia internetowa, katalog książek)

Drogi Czytelniku!

Jeżeli chcesz ocenić tę książkę, zajrzyj pod adres

<https://helion.pl/user/opinie/elekt1>

Możesz tam wpisać swoje uwagi, spostrzeżenia, recenzję.

ISBN: 978-83-289-0460-6

Copyright © Helion S.A. 2024

Printed in Poland.

- Kup książkę
- Poleć książkę
- Oceń książkę

- Księgarnia internetowa
- Lubię to! » Nasza społeczność

# Spis treści

|                                                                              |           |
|------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Współautorzy                                                                 | xi        |
| Wprowadzenie                                                                 | xiii      |
| <b>1. Analiza symboliczna obwodów elektrycznych dla umysłów cyfrowych</b>    | <b>1</b>  |
| 1.1. Standardy reprezentacji obwodu a sprawa polska . . . . .                | 2         |
| 1.2. Czym jest analiza symboliczna? . . . . .                                | 6         |
| 1.3. Trochę oczywistych podstaw . . . . .                                    | 10        |
| 1.4. Mało znane zagadnienia z algebry . . . . .                              | 20        |
| 1.5. Symboliczna analiza obwodów . . . . .                                   | 35        |
| 1.6. Podsumowanie . . . . .                                                  | 52        |
| 1.7. Rozwiązania zadań . . . . .                                             | 53        |
| Bibliografia . . . . .                                                       | 55        |
| <b>2. Analiza wrażliwości</b>                                                | <b>59</b> |
| 2.1. Potrzeba analizy wrażliwościowej . . . . .                              | 59        |
| 2.2. Pojęcia podstawowe . . . . .                                            | 60        |
| 2.3. Eksperymentalna metoda wyznaczania współczynników wrażliwości . . . . . | 64        |
| 2.4. Wrażliwości funkcji układowej danej jako iloraz . . . . .               | 66        |
| 2.5. Analiza najgorszego przypadku . . . . .                                 | 69        |
| 2.6. Wrażliwości półwzględne . . . . .                                       | 70        |
| 2.7. Dobór elementu regulowanego . . . . .                                   | 73        |
| 2.8. Szacowanie wpływu temperatury . . . . .                                 | 84        |
| 2.9. Podsumowanie . . . . .                                                  | 90        |
| Bibliografia . . . . .                                                       | 90        |

|                                                          |            |
|----------------------------------------------------------|------------|
| <b>3. Teoria szumów</b>                                  | <b>91</b>  |
| 3.1. Teoria Johnsona-Nyquista . . . . .                  | 92         |
| 3.2. Rozszerzenie Callena-Weltona . . . . .              | 95         |
| 3.3. Szum śrutowy . . . . .                              | 96         |
| 3.4. Czwórniki . . . . .                                 | 99         |
| 3.5. Współczynnik szumów . . . . .                       | 102        |
| 3.6. Pomiar parametrów szumowych . . . . .               | 109        |
| 3.7. Podsumowanie . . . . .                              | 126        |
| Bibliografia . . . . .                                   | 126        |
| <b>4. Filtry pasywne</b>                                 | <b>129</b> |
| 4.1. Transmitancja filtra . . . . .                      | 131        |
| 4.2. Obwód prototypowy . . . . .                         | 140        |
| 4.3. Uwagi o implementacji . . . . .                     | 158        |
| 4.4. Podsumowanie . . . . .                              | 186        |
| Bibliografia . . . . .                                   | 186        |
| <b>5. Linie transmisyjne dla opornych</b>                | <b>189</b> |
| 5.1. Fale w jednym wymiarze . . . . .                    | 190        |
| 5.2. Przewód koncentryczny . . . . .                     | 192        |
| 5.3. Zjawiska falowe w przewodzie . . . . .              | 195        |
| 5.4. Parametry falowe vs parametry jednostkowe . . . . . | 203        |
| 5.5. Tłumienie wywołane opornością omową . . . . .       | 203        |
| 5.6. Tłumienie wywołane zjawiskiem naskórkowym . . . . . | 208        |
| 5.7. Fale w falowodzie . . . . .                         | 217        |
| Bibliografia . . . . .                                   | 230        |
| <b>6. Anteny</b>                                         | <b>233</b> |
| 6.1. Dipol idealny . . . . .                             | 234        |
| 6.2. Szyki antenowe i apertura kołowa . . . . .          | 245        |
| 6.3. Dipol prosty . . . . .                              | 258        |
| 6.4. Zasilanie dipoli . . . . .                          | 276        |

|                                                                                      |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 6.5. Powierzchnia, kierunkowość i temperatura anteny . . . . .                       | 302        |
| Bibliografia . . . . .                                                               | 308        |
| <b>7. Propagacja fal EM</b>                                                          | <b>311</b> |
| 7.1. Propagacja jonosferyczna . . . . .                                              | 312        |
| 7.2. Propagacja ograniczona linią horyzontu . . . . .                                | 314        |
| 7.3. Zaniki w kanale radiowym . . . . .                                              | 324        |
| 7.4. Dywersyfikacja kanału radiowego . . . . .                                       | 336        |
| 7.5. Podsumowanie . . . . .                                                          | 343        |
| Bibliografia . . . . .                                                               | 344        |
| <b>8. Chemorezystancyjne sensory gazów na bazie tlenków metali</b>                   | <b>347</b> |
| 8.1. Mechanizmy detekcji gazów na powierzchni tlenków metali . . . . .               | 349        |
| 8.2. Stany powierzchniowe w półprzewodnikach . . . . .                               | 351        |
| 8.3. Adsorpcja gazów . . . . .                                                       | 355        |
| 8.4. Powierzchnia SnO <sub>2</sub> (110) . . . . .                                   | 366        |
| Bibliografia . . . . .                                                               | 380        |
| <b>9. Biosensory warstwy detekcyjne i przetworniki</b>                               | <b>391</b> |
| 9.1. Biosensory – informacje ogólne . . . . .                                        | 391        |
| 9.2. Klasyfikacja biosensorów na podstawie warstwy detekcyjnej . . . . .             | 393        |
| 9.3. Klasyfikacja oparta na przetwornikach . . . . .                                 | 397        |
| Bibliografia . . . . .                                                               | 405        |
| <b>10. Biosensory na bazie tranzystorów FET</b>                                      | <b>409</b> |
| 10.1. Zasada działania tranzystorów polowych FET . . . . .                           | 410        |
| 10.2. Modyfikacje bramek tranzystorów polowych FET . . . . .                         | 412        |
| 10.3. Materiały wykorzystywane do budowy kanałów tranzystorów polowych FET . . . . . | 416        |
| 10.4. Immunosensory oparte na tranzystorach polowych FET . . . . .                   | 420        |
| 10.5. Biosensory ISFET z receptorem DN . . . . .                                     | 425        |
| Bibliografia . . . . .                                                               | 427        |
| <b>11. Obliczenia kwantowe</b>                                                       | <b>431</b> |
| 11.1. Wiadomości wstępne . . . . .                                                   | 433        |

|                                  |     |
|----------------------------------|-----|
| 11.2. Procesy kwantowe . . . . . | 448 |
| 11.3. Grafy algorytmów . . . . . | 460 |
| 11.4. Podsumowanie . . . . .     | 487 |
| Bibliografia . . . . .           | 488 |
| Skorowidz . . . . .              | 491 |

# 3. Teoria szumów

JACEK IZYDORCZYK

...Lecz i w tej sprawie – jak i wielu innych – powtarzanie nie jest ani zbyt częste,  
ani niemądre...

LESZEK KOŁAKOWSKI

*O karze głównej, 1999*

|                                                |     |
|------------------------------------------------|-----|
| 3.1. Teoria Johnsona-Nyquista . . . . .        | 92  |
| 3.2. Rozszerzenie Callena-Weltona . . . . .    | 95  |
| 3.3. Szum śrutowy . . . . .                    | 96  |
| 3.4. Czwórnik . . . . .                        | 99  |
| 3.5. Współczynnik szumów . . . . .             | 102 |
| 3.6. Pomiar parametrów szumowych . . . . .     | 109 |
| 3.6.1. Pomiar współczynnika szumów . . . . .   | 109 |
| 3.6.2. Pełny pomiar szumów czwornika . . . . . | 112 |
| 3.6.3. Zastępcza temperatura szumów . . . . .  | 117 |
| 3.6.4. Kaskadowe łączenie czworników . . . . . | 121 |
| 3.7. Podsumowanie . . . . .                    | 126 |
| Bibliografia . . . . .                         | 126 |

Główną przeszkodą w telekomunikacji jest wszechobecny szum. O ile można mieć nadzieję, że zakłócenia, będące skutkiem działalności technicznej człowieka, przynajmniej w niektórych sytuacjach można całkowicie wyeliminować, o tyle szумы jako zjawiska naturalne okazują się nieuchronne. Szумы są skutkiem chaotycznych ruchów (fluktuacji) atomów i elektronów, z których zbudowany jest otaczający nas świat. Aby ich uniknąć, można oczywiście schłodzić aparaturę telekomunikacyjną do temperatury bliskiej zera bezwzględnego. Sytuacja taka zdarza się jednak dość rzadko, np. kiedy chodzi o komunikację z sondą międzyplanetarną, która działa w skrajnym chłodziu i ma do dyspozycji bardzo ograniczone zasoby energii. Wtedy odbiornik na Ziemi, a przynajmniej jego część, schładza się do temperatur kriogenicznych. Jest to jednak sytuacja dla telekomunikacji dość nietypowa. Przede wszystkim dlatego, że aparatura kriogeniczna jest droga, duża i nieporęczna oraz kosztowna w eksploatacji. Słowem, jest nie do zastosowania w żadnej aplikacji mobilnej. Ponadto proces schładzania wymaga zużycia energii, przy czym sprawność tego procesu jest ograniczona przez sprawność cyklu Carnota. Dlatego nawet w przypadku skrajnie wyidealizowanym energia potrzebna na przesłanie jednego bitu informacji z wykorzystaniem schłodzonej aparatury powiększona o energię niezbędną do chłodzenia jest taka sama jak energia niezbędna do przesłania jednego bitu w temperaturze pokojowej. Co więcej, w temperaturach kriogenicznych ujawniają się zjawiska kwantowe, o charakterze fluktuacji, które nie pozwalają mieć nadziei na pozbycie się szumów nawet w temperaturze zera bezwzględnego.

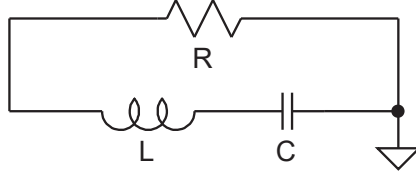
## 3.1. Teoria Johnsona-Nyquista

Źródłem szumów są fluktuacje termiczne nośników ładunku w przewodnikach. Rozważmy opornik o oporności  $R$ . Fluktuacje nośników manifestują się w postaci źródła napięcia połączzonego szeregowo z opornikiem. Wartość napięcia źródła jest sygnałem losowym. Aby zbadać podstawowe własności tego sygnału, przeprowadźmy eksperyment myślowy – połączymy opornik z szeregowym obwodem LC tak, jak pokazuje to rysunek 3.1. Dobroć tak powstałego obwodu rezonansowego, rozumiana jako stosunek szerokości 3 dB pasma przenoszenia tak powstałego filtru pasmowego do częstotliwości rezonansowej, wyraża się wzorem:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (3.1)$$

Ponieważ chodzi tu o eksperyment myślowy, możemy przyjąć, że przy ustalonej częstotliwości rezonansowej obwodu  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  jego dobroć może być zwiększana w sposób nieograniczony przez odpowiedni wybór wartości indukcyjności i pojemności. W praktyce mogą być z tym duże trudności, ale w tym przypadku nie chodzi o praktyczną realizację odpowiedniego





**Rysunek 3.1.** Obwód rezonansowy służący badaniu szumów opornika

obwodu. Szumy termiczne opornika pobudzają obwód rezonansowy do drgań. Średnia energia drgań  $\bar{\varepsilon}$  jest sumą średniej energii zgromadzonej przez indukcyjność i pojemność:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}L\bar{I}^2 + \frac{1}{2}C\bar{U}_C^2. \quad (3.2)$$

Zasada ekwipartycji mówi, że każdy ze składników powyższej sumy ma tę samą wartość:

$$\bar{\varepsilon} = L\bar{I}^2 = C\bar{U}_C^2. \quad (3.3)$$

Jeżeli przyjąć, że napięcie szumów opornika jest sygnałem w szerokim sensie stacjonarnym, to wszystkie napięcia i prądy w rozważanym obwodzie są w szerokim sensie stacjonarne. Gęstość widmowa mocy napięcia szumów<sup>1</sup>  $\bar{U}^2(\omega)$  łączy się z gęstością widmową mocy prądu szumów  $\bar{I}^2(\omega)$  płynącego w obwodzie za pośrednictwem kwadratu modułu impedancji obwodu [7]:

$$\bar{I}^2(\omega) = \frac{\omega^2 C^2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2} \bar{U}^2(\omega). \quad (3.4)$$

W rezultacie średnią ze wzoru (3.2) można obliczyć następująco:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{L\omega^2 C^2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2} \bar{U}^2(\omega) d\omega. \quad (3.5)$$

Jednocześnie zgodnie z zasadą ekwipartycji energii średnia energia rezonatora przekazana mu w wyniku fluktuacji termicznych jest równa  $k_B T$ , gdzie  $k_B \approx 1,3806505 \cdot 10^{-23}$  J/K to stała Boltzmanna, natomiast  $T$  to temperatura bezwzględna opornika:

$$k_B T = \frac{Q}{2\pi R} \int_0^\infty \frac{x^2}{Q^2 (1 - x^2)^2 + x^2} \bar{U}^2(x\omega_0) dx. \quad (3.6)$$

<sup>1</sup> W analizie szumów tradycyjnie używa się jednostronnej gęstości widmowej mocy szumów, tj. całkowanie widma odbywa się tylko dla dodatnich częstotliwości.

W powyższej całce dokonano podstawienia zmiennych  $\omega = x\omega_0$ . Dla dużych wartości dobroci funkcja podcałkowa jest istotnie różna od zera tylko w otoczeniu punktu  $x = 1$ , a zatem:

$$\begin{aligned} \lim_{Q \rightarrow \infty} \frac{Q}{2\pi R} \int_0^\infty \frac{x^2 \overline{U^2}(x\omega_0)}{Q^2(1-x^2)^2 + x^2} dx = \\ = \overline{U^2}(\omega_0) \lim_{Q \rightarrow \infty} \frac{Q}{2\pi R} \int_0^\infty \frac{dx}{Q^2(1/x - x)^2 + 1} = k_B T. \end{aligned} \quad (3.7a)$$

Całkę w powyższym wzorze można obliczyć w sposób elementarny [10] przez podstawienie  $x = \exp(\pm y)$ :

$$\int_0^\infty \frac{dx}{Q^2(1/x - x)^2 + 1} dx = \int_{-\infty}^\infty \frac{\exp(\pm y)}{4Q^2 \sinh^2 y + 1} dy = \int_{-\infty}^\infty \frac{\cosh y}{4Q^2 \sinh^2 y + 1} dy = \frac{\pi}{2Q},$$

$$\text{co daje:} \quad \overline{U^2}(\omega_0) = 4Rk_B T. \quad (3.7b)$$

Gęstość widmowa mocy szumów napięciowych oporności nie zależy od częstotliwości – szum tego typu nazywa się szumem białym. Wynika stąd, że gęstość widmowa dysponowanej mocy szumów jest też niezależna od częstotliwości:

$$P(\omega) = \frac{\overline{U^2}(\omega)}{4R} = k_B T. \quad (3.8)$$

Jest to zasadniczy wynik teorii Johnsona-Nyquista.

Zauważmy, że rozważany obwód LC jest w stanie równowagi termodynamicznej. Energia drgań wywołanych fluktuacjami jest cały czas rozpraszana przez opornik. Gęstość widmowa rozpraszanej mocy wyraża się wzorem:

$$P_{\text{roz.}}(\omega) = R \cdot \bar{I}^2(\omega) = \frac{\omega^2 C^2 R}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2} \overline{U^2}(\omega).$$

Moc dostarczana do obwodu przez fluktuacje, a zatem „z wnętrza” opornika, wyraża się zależnościami:

$$P_{\text{dos.}}(\omega) = \text{Re}(\overline{UI}) = \text{Re} \left( \frac{\overline{U^2}(\omega)}{\frac{1}{j\omega C} + j\omega L + R} \right) = \frac{\omega^2 C^2 R \overline{U^2}(\omega)}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2} = P_{\text{roz.}}(\omega).$$

W ten sposób nie tylko całkowita moc dostarczana przez fluktuacje do rezonatora jest równa całkowitej mocy rozpraszanej na oporniku, ale równość dotyczy także gęstości widmowych odpowiednich mocy.

## 3.2. Rozszerzenie Callena-Weltona

Zasadnicza trudność teorii Johnsona-Nyquista polega na tym, że opisywany przez nią szum jest szumem białym. Moc dysponowana szumów rośnie proporcjonalnie do szerokości pasma sygnału i teoretycznie może być dowolnie duża. Powstaje pytanie: czy widmo mocy szumów jest rzeczywiście stałe dla dowolnie dużych częstotliwości? Aby się o tym przekonać, trzeba badać własności opisanego wyżej obwodu rezonansowego dla coraz wyższych częstotliwości rezonansowych. Im większa częstotliwość, tym mniejsze rozmiary geometryczne obwodu. Dla odpowiednio dużych częstotliwości obwód taki musi być opisywany prawami mechaniki kwantowej. Oznacza to, że we wzorze (3.6) zamiast iloczynu  $k_B T$  powinien się pojawić wzór na średnią energię kwantowego oscylatora:

$$\overline{U^2}(\omega_0) \cdot \lim_{Q \rightarrow \infty} \frac{Q}{2\pi R} \int_0^\infty \frac{dx}{Q^2(1/x - x)^2 + 1} = \frac{\hbar\omega_0}{\exp(\frac{\hbar\omega_0}{k_B T}) - 1} + \frac{\hbar\omega_0}{2}, \quad (3.9)$$

gdzie  $\hbar \approx 1,054571817 \cdot 10^{-34}$  J·s to stała Diraca. W rezultacie gęstość widmowa mocy szumów napięciowych opornika wyraża się wzorem:

$$\overline{U^2}(\omega) = \frac{4R\hbar\omega}{\exp(\frac{\hbar\omega}{k_B T}) - 1} + 2R\hbar\omega. \quad (3.10)$$

Sytuacja zdaje się być gorsza niż dotychczas. Widmo mocy szumów, za sprawą drugiego składnika, rośnie nieograniczenie wraz ze wzrostem częstotliwości! Zwykły opornik powinien porazić nas twardym promieniowaniem gamma! Tak jednak nie jest.

W istocie energia oscylatora kwantowo mechanicznego wyraża się wzorem [18]:

$$\varepsilon = \hbar(n + 1/2)\omega_0, \quad (3.11)$$

gdzie:  $n = 0, 1, 2, \dots$  Energia oscylatora w stanie podstawowym, dla którego  $n = 0$ , jest różna od zera. Jest to konsekwencja zasady nieoznaczoności. Oscylator kwantowy, który dołączamy do oporności, ma od razu energię  $\hbar\omega_0/2$ . Oscylacje termiczne „dorzucają” do tego średnio energię  $\hbar\omega_0 / (\exp(\hbar\omega_0/k_B T) - 1)$ . Dysponowana moc szumów wyraża się zatem wzorem:

$$P(\omega) = \frac{\hbar\omega}{\exp(\frac{\hbar\omega}{k_B T}) - 1}. \quad (3.12)$$

Jest to wzór Plancka, który dla  $\hbar\omega \ll k_B T$  daje  $P(\omega) = k_B T$ . W temperaturze pokojowej wartość widma mocy wyraźnie różni się od tej, którą przewiduje teoria Johnsona-Nyquista dopiero dla częstotliwości  $f > k_B T/h \approx 6250$  GHz, a całkowita moc dysponowana szumów

termicznych nie jest nieskończona, ale wynosi<sup>2</sup>:

$$P = \int_0^\infty P(2\pi f) df = (\pi k_B T)^2 / 6h \approx 40,1 \text{ nW } (-44 \text{ dBm}). \quad (3.13)$$

Wynikałoby stąd, że uwzględniając we wzorze (3.10) energię stanu podstawowego oscylatora kwantowego, popełniliśmy błąd. Nie do końca jednak tak jest. Wbrew intuicji dotyczącej układów klasycznych energia stanu podstawowego uczestniczy w fluktuacjach. W stanach przejściowych energia ta może zostać chwilowo przekazana oporności. Możliwość taką przewiduje zasada nieoznaczoności – energii w układzie może być za mało, byle nie trwało to zbyt długo. Fluktuacje te, łączone z fluktuacjami próżni<sup>3</sup>, w dłuższym czasie nie mogą być źródłem energii dla żadnego układu. Dlatego w układach pasywnych szumy opisuje wzór Plancka (3.12). Jeżeli jednak opornik znajduje się w układzie aktywnym, energia fluktuacji próżni może mu zostać na chwilę przekazana, wzmocniona w układzie aktywnym, a następnie zwrócona, tak aby stało się zadość zasadzie nieoznaczoności. W ten sposób układy aktywne wzmacniają fluktuacje próżni, generując szumy kwantowomechaniczne niezależne od temperatury układu. Ostatecznie gęstość widmowa mocy szumów opornika w układzie aktywnym wyraża się wzorem Callena-Weltona (3.10).

Porównanie widma mocy szumów oporności dla różnych temperatur pracy układu przedstawia rysunek 3.2. Szumy kwantowe w układach aktywnych objawiają się dla skrajnie dużych częstotliwości i w praktyce stają się dominujące dopiero dla częstotliwości powyżej 1 THz.

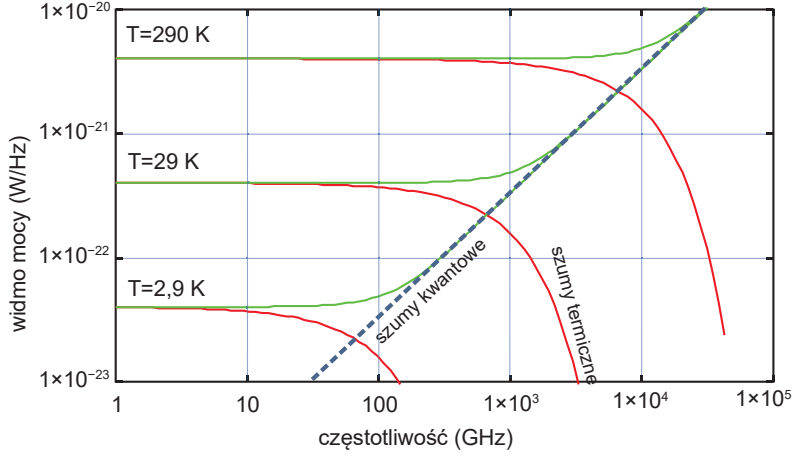
### 3.3. Szum śrutowy

Jest konsekwencją ziarnistej struktury ładunku elektrycznego. Pojawia się, kiedy nośniki ładunku docierają do celu w losowych chwilach czasu. Dobrym przykładem są nieregularności przechodzenia ładunku przez barierę potencjału w złączu półprzewodnikowym  $p$ - $n$ .

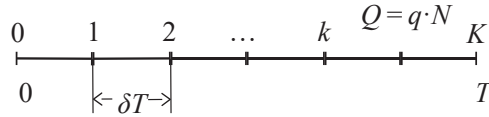
Załóżmy, że w czasie  $T$  nastąpił przepływ  $N$  ładunków, każdy o wartości  $q$ . Całkowity ładunek przeniesiony w czasie  $T$  jest zatem równy  $Q = q \cdot N$ . Podzielmy przedział czasu  $T$  na  $K$  szczelin czasowych, każda o takiej samej długości  $\delta T = T/K$ . Zakładamy, że nośniki ładunku są od siebie odróżnialne, czyli że można je ponumerować od 1 do  $N$ , i każdemu nośnikowi można przypisać numer szczeliny czasowej, w której przybywa do celu.

<sup>2</sup> Stała Plancka  $h = 2\pi\hbar \approx 6,626070040(81) \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ .

<sup>3</sup> Próżnia jest opisywana przez mechanikę kwantową jako rojowisko pojawiających się i anihilujących par cząstka–antycząstka [10].



**Rysunek 3.2.** Gęstość widmowa mocy szumów termicznych i kwantowych



Przyjmijmy dalej, że żadna ze szczelin nie jest pod tym względem wyróżniona, a czas dotarcia do celu wybranego nośnika nie jest skorelowany z czasem przybycia żadnego innego nośnika. Powstaje w ten sposób prosty statystyczny model szumów śrutowych. Prawdopodobieństwo, że wybrany nośnik ładunku dotrze do celu w określonej szczelinie czasowej o numerze  $k_0 \in \{1, 2, \dots, K\}$ , wynosi:

$$p = \frac{\delta T}{T} = \frac{1}{K}. \quad (3.14)$$

Prawdopodobieństwo, że w szczelinie czasowej o numerze  $k_0$  dotrze do celu dokładnie  $n$  ładunków, opisuje rozkład Bernoullego:

$$p(n) = \binom{N}{n} \left(\frac{\delta T}{T}\right)^n \left(1 - \frac{\delta T}{T}\right)^{N-n} \quad n = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (3.15)$$

Średni ładunek docierający w czasie trwania jednej szczeliny obliczamy następująco:

$$\bar{q} = qE(n) = q \cdot \sum_{n=0}^N np(n) = q \left[ p \frac{d}{dp} \sum_{n=0}^N \binom{N}{n} p^n p_1^{N-n} \right]_{p_1=1-p} = q \cdot N \cdot p = \frac{Q}{K} = \frac{I_0 T}{K},$$

gdzie  $I_0$  oznacza wartość płynącego prądu. Taki wynik jest intuicyjnie zrozumiały. Wariancja

docierającego ładunku dla dużych  $K$  może być przybliżona następująco:

$$\overline{q^2} - \bar{q}^2 = q^2 \sum_{n=0}^N n^2 p(n) - \bar{q}^2 \rightarrow q I_0 \delta T. \quad (3.16)$$

W rezultacie średni prąd płynący w czasie trwania jednej szczeliny czasowej jest równy:

$$\frac{\bar{q}}{\delta T} = I_0, \quad (3.17a)$$

natomiast jego wariancja to: 
$$\frac{\overline{q^2} - \bar{q}^2}{\delta T^2} = 2q I_0 W, \quad (3.17b)$$

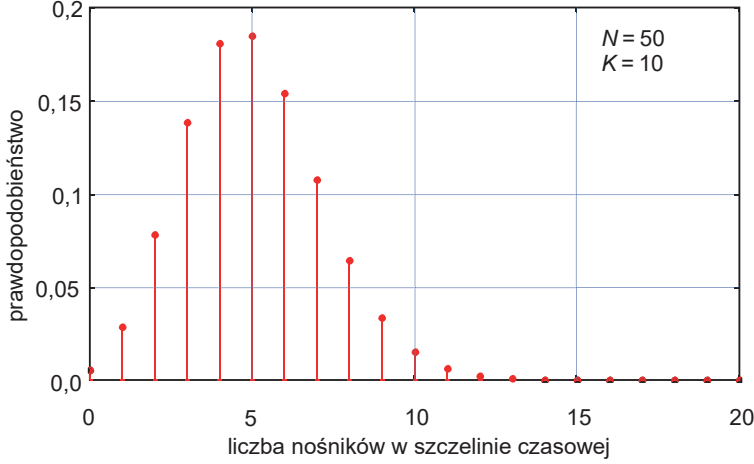
gdzie  $2W = 1/\delta T$  to szerokość pasma częstotliwości szumów.

Rozkład Bernoullego (3.15) dla  $Np > 5$  oraz  $N(1-p) > 5$  można przybliżyć rozkładem normalnym  $\mathcal{N}(Np, \sqrt{Np(1-p)})$ . Dla dużych  $N$  i niewielkich wartości iloczynu  $Np$  rozkład ten może być przybliżony rozkładem Poissona o parametrze  $\lambda = Np$ :  $p(n) \approx \lambda^n \exp(-\lambda)/n!$ . Przykładowy przebieg rozkładu Bernoullego dla  $N/K = p = 5$  przedstawiono na rysunku 3.3. Zgodność zaproponowanego modelu z wynikami eksperymentów laboratoryjnych uzyskano w wielu doświadczeniach [12]. Jest to istotne, ponieważ rozważany model ma charakter modelu probabilistycznego i wiele z jego założeń musi być skonfrontowanych z rzeczywistością. Można bowiem przedstawić alternatywne modele szumu śrutowego, np. model, w którym nośniki ładunku są nieodróżnialne. Nie można ich w żaden sposób ponumerować i nie można powiedzieć, które konkretnie ładunki przybyły w danej szczelinie. Można tylko stwierdzić, ile ładunków znalazło się w każdej szczelinie czasowej. Prowadzi to do modelu, w którym wariancja liczby ładunków jest proporcjonalna do kwadratu natężenia prądu  $I_0$ , a rozkład prawdopodobieństwa  $p(n)$  jest asymptotycznie rozkładem wykładniczym.

Model szumu śrutowego stanowi źródło prądu stałego połączone równolegle ze źródłem szumów prądowych o wartości oczekiwanej zero i stałej jednostronnej gęstości widmowej mocy:

$$\bar{I}^2(\omega) = 2q \cdot I_0. \quad (3.18)$$

Niezależność gęstości widmowej mocy od częstotliwości jest umieszczona w założeniach modelu – nośniki docierają do celu niezależnie od siebie. Poprawność tego założenia musi być zawsze weryfikowana eksperymentalnie. Istnieje wiele sytuacji, w których nośniki ładunku przybywają do celu w sposób skorelowany. Stopień tej korelacji określa kształt widma mocy obserwowanego szumu i zakres częstotliwości, dla których model wyrażony wzorem (3.18) pozostaje prawdziwy.



Rysunek 3.3. Rozkład Bernoullego

## 3.4. Czwórniki

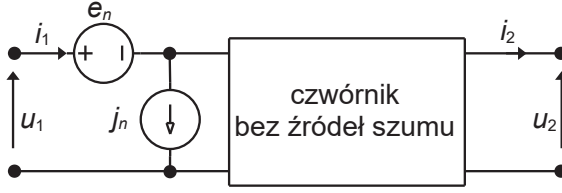
Przetworniki sygnału, jak np. wzmacniacze, mieszacze, filtry itp., mogą być zwykle traktowane jako czwórniki. Ponieważ sygnał szumu jest najczęściej dużo mniejszy niż potencjał termiczny w temperaturze pokojowej  $\varphi_T = k_B T / q \approx 26 \text{ mV}$ , to układy te mogą być opisywane jako czwórniki liniowe. Opis taki stanowi zwykle macierz admitancyjna czwórnika:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j_1 \\ j_2 \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

gdzie  $i_1, i_2$  to prądy wpływające do wrót czwórnika, a  $u_1, u_2$  to napięcia panujące na wrotach, zaś źródła  $j_1$  oraz  $j_2$  reprezentują wszystkie niezależne źródła prądu i napięcia znajdujące się we wnętrzu czwórnika. Czwórnik może być zatem przedstawiony jako połączenie czwórnika pozbawionego źródeł i dwóch źródeł prądu wpiętych równolegle do wrót czwórnika. Alternatywnym sposobem opisu czwórnika jest użycie macierzy łańcuchowej ABCD:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ j_1 \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

Opis taki otrzymamy przez przekształcenie równań (3.19). W tym przypadku źródła czwórnika zostają sprowadzone do źródła napięcia oraz źródła prądu  $e_1, j_1$  na wejściu czwórnika. W dążeniu do uniezależnienia opisu własności szumowych czwórnik od obciążenia oraz impedancji źródła sygnału czwórnik z wewnętrznymi źródłami szumu sprowadza się do czwór-



**Rysunek 3.4.** Zastępcze źródła szumów czwórnika

nika bezszumowego oraz dwóch źródeł sygnału stochastycznego  $e_n$ ,  $j_n$  umieszczonych na wejściu (rysunek 3.4). Dla każdej częstotliwości z osobna szum jest opisywany przez podanie trzech parametrów [6, 14]:

1. Zastępczej rezystancji szumowej na wejściu:

$$R_n = \overline{e_n^2}(\omega) / (4k_B T_0), \quad (3.21a)$$

która jest równoważna podaniu gęstości mocy źródła szumów napięciowych  $\overline{e_n^2}(\omega)$ .

2. Zastępczej konduktancji szumowej na wejściu:

$$g_n = \overline{j_n^2}(\omega) / (4k_B T_0), \quad (3.21b)$$

która jest równoważna podaniu gęstości mocy źródła szumów prądowych  $\overline{j_n^2}(\omega)$ .

3. Zespolonego współczynnika korelacji szumów:

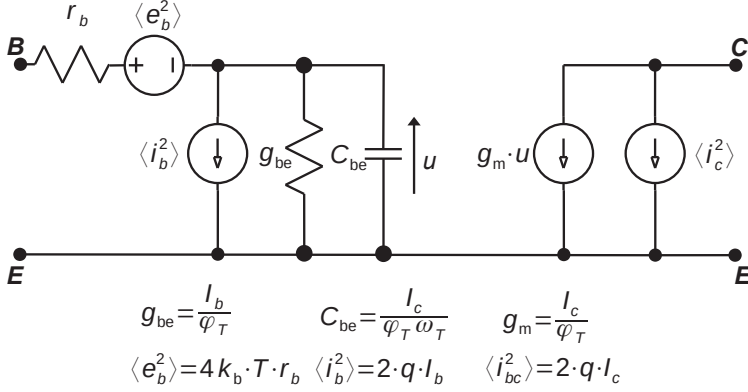
$$\rho = \frac{\overline{e_n^* j_n}(\omega)}{\sqrt{\overline{e_n^2} \cdot \overline{j_n^2}}}, \quad (3.21c)$$

który jest równoważny podaniu widma skrośnego dla szumów napięciowych i prądowych  $\overline{e_n^* j_n}(\omega)$ .

Temperatura  $T_0 = 290$  K jest znormalizowaną temperaturą odniesienia. Należy podkreślić, że choć formalnie mamy do czynienia z trzema parametrami szumowymi czwórnika, to jednak w istocie są to cztery liczby rzeczywiste – współczynnik korelacji ma część rzeczywistą i urojoną. Opis własności szumowych czwórnika wymaga zatem podania czterech liczb rzeczywistych.

**Przykład 3.1. (Model szumowy tranzystora bipolarnego).** Rysunek 3.5 przedstawia najprostszy możliwy model szumowy tranzystora bipolarnego. Źródłami szumów są prąd bazy, prąd kolektora oraz oporność bazy. Zakłada się, że źródła te są nieskorelowane, mają stałą gęstość





**Rysunek 3.5.** Prosty model szumowy tranzystora bipolarnego

widmową mocy:

$$\overline{i_b^2} = 2qI_b, \quad \overline{i_c^2} = 2qI_c, \quad \overline{e_b^2} = 4k_B T r_b, \quad (3.22)$$

gdzie  $q = 1,60217653 \cdot 10^{-19}$  A·s oznacza ładunek elektronu,  $I_b$  to prąd polaryzacji bazy,  $I_c$  to prąd polaryzacji kolektora, natomiast  $T$  jest temperaturą obszaru bazy. Trzy parametry szumowe tranzystora można otrzymać w wyniku koncepcyjnie nieskomplikowanych, lecz żmudnych analiz obwodu z rysunku 3.5. Ich wynik jest następujący [14]:

$$R_n = \frac{\varphi_T^2}{2 \cdot I_c \cdot \varphi_0} + r_b \cdot \frac{\varphi_T \cdot (\beta + 1)}{\beta \cdot \varphi_0} + r_b^2 \cdot \frac{I_c \cdot (\beta^2 \omega^2 / \omega_T^2 + \beta + 1)}{2 \cdot \beta^2 \cdot \varphi_0}, \quad (3.23a)$$

$$g_n = \frac{I_c \cdot (\beta^2 \omega^2 / \omega_T^2 + \beta + 1)}{2 \cdot \beta^2 \cdot \varphi_0}, \quad (3.23b)$$

$$\rho \sqrt{R_n g_n} = \frac{\varphi_T \cdot (1 + j \cdot \beta \omega / \omega_T)}{2 \cdot \beta \cdot \varphi_0} + r_b \cdot \frac{I_c \cdot (\beta^2 \omega^2 / \omega_T^2 + \beta + 1)}{2 \cdot \beta^2 \cdot \varphi_0}, \quad (3.23c)$$

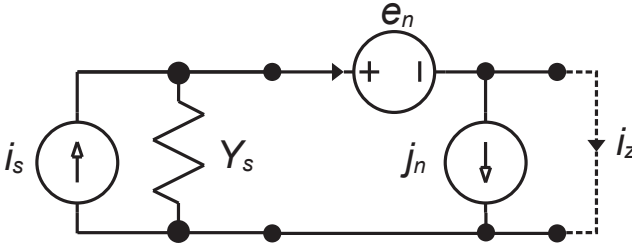
gdzie  $\omega_T = 2\pi f_T$  to częstotliwość graniczna tranzystora,  $\beta$  jest wzmocnieniem prądowym tranzystora,  $\varphi_T$  to potencjał termiczny dla temperatury obszaru bazy oraz  $\varphi_0 = 24,99$  mV to potencjał termiczny w temperaturze odniesienia. Parametry szumowe tranzystora zależą zatem w sposób dość złożony od temperatury, parametrów tranzystora, prądu kolektora oraz częstotliwości pracy.  $\square$

Parametry obwodowe  $R_n$ ,  $g_n$ ,  $\rho$  opisujące szum czwórnika nie zawsze są najbardziej wygodnym zestawem parametrów. W praktyce inżynierskiej najczęściej stosuje się opis szumów czwórnika za pomocą zestawu parametrów zawierających współczynnik szumów.

## 3.5. Współczynnik szumów

Współczynnikiem szumów (liczbą szumową) czwórnika nazywa się stosunek gęstości widmowej mocy szumów na wyjściu czwórnika do tej części gęstości widmowej mocy szumów, która pochodzi od źródła sygnału na wejściu czwórnika, o którym to źródle zakładamy, że ma temperaturę równą temperaturze odniesienia  $T_0$ .

Aby obliczyć współczynnik szumów czwórnika przedstawionego na rysunku 3.4, dołączmy do wejścia źródło sygnału, przedstawione zgodnie z twierdzeniem Nortona jako równoległe połączenie źródła prądu  $i_s$  i admitancji  $Y_s$ . Ograniczmy się do samego obwodu wejściowego przedstawionego na rysunku 3.6.



Rysunek 3.6. Obwód wejściowy modelu szumowego czwórnika

Zakładamy, że źródło sygnału ma temperaturę równą temperaturze odniesienia  $T_0$ , a jego szumy są wyłącznie szumami termicznymi przewodności  $G_s = \text{Re}(Y_s)$ . Gęstość widmowa szumów źródła wejściowego wyraża się wzorem:

$$\bar{i}_s^2(\omega) = 4k_B T_0 G_s. \quad (3.24)$$

Wystarczy zatem obliczyć stosunek prądu zwarcia dwójnika z rysunku 3.6 oraz tej jego części, która pochodzi od źródła sygnału  $i_s$ , aby obliczyć współczynnik szumów  $F_n$  czwórnika z rysunku 3.4:

$$F_n(\omega) = \frac{\bar{i}_z^2(\omega)}{\bar{i}_s^2(\omega)}. \quad (3.25)$$

Podzielmy prąd szumów  $j_n$  na część skorelowaną z napięciem szumów  $e_n$  oraz  $j_u$  część nieskorelowaną z napięciem szumów  $e_n$ :

$$j_n - j_u = Y_\gamma \cdot e_n, \quad (3.26a)$$

$$\text{gdzie } j_u \text{ spełnia warunki: } e_n^* \bar{j}_u(\omega) = 0 \quad \text{oraz} \quad \overline{(j_n - j_u)^* j_u}(\omega) = 0. \quad (3.26b)$$

Pierwszy z tych warunków określa admitancję szumów  $Y_\gamma$ :

$$Y_\gamma = \rho \cdot \sqrt{\frac{g_n}{R_n}}, \quad (3.27)$$

co dalej na podstawie (3.26a) pozwala na wyliczenie składowej nieskorelowanej prądu szumów czwórnika  $j_u$ . W ten sposób zwarciový prąd dwójnika z rysunku 3.6 może być wyrażony jako suma trzech statystycznie niezależnych składowych:

$$i_z = i_s + (Y_s + Y_\gamma) e_n + j_u. \quad (3.28)$$

Widmo mocy tego prądu jest zatem także sumą trzech składowych:

$$\bar{i}_z^2 = \bar{i}_s^2 + |Y_s + Y_\gamma|^2 \bar{e}_n^2 + \bar{j}_u^2, \quad (3.29)$$

a współczynnik szumów wyraża się wzorem:

$$F = 1 + \frac{|Y_s + Y_\gamma|^2 \bar{e}_n^2 + \bar{j}_u^2}{\bar{i}_s^2} = 1 + \frac{G_u}{G_s} + \frac{R_n}{G_s} |Y_s + Y_\gamma|^2, \quad (3.30)$$

gdzie gęstość widmową nieskorelowanej części szumów wyrażono przez odpowiednią przewodność  $\bar{j}_u^2 = 4k_B T_0 G_u$ , która wyraża się wzorem:

$$G_u = \overline{(j_n - Y_\gamma e_n)(j_n - Y_\gamma e_n)^*} / (4k_B T_0) = g_n (1 - |\gamma|^2). \quad (3.31)$$

Współczynnik szumów czwórnika zależy zatem od parametrów szumowych czwórnika oraz admitancji źródła sygnału  $Y_s$ :

$$F = 1 + \frac{G_u}{G_s} + \frac{R_n}{G_s} \left( (G_s + G_\gamma)^2 + (B_s + B_\gamma)^2 \right). \quad (3.32)$$

Przy ustalonych parametrach szumowych czwórnika funkcja ta musi mieć minimum ze względu na admitancję źródła sygnału. Warunki:

$$\frac{\partial F}{\partial G_s} = 0 \quad \text{ i } \quad \frac{\partial F}{\partial B_s} = 0 \quad (3.33)$$

jest spełniony dla optymalnej wartości konduktancji i susceptancji źródła:

$$G_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{g_n}{R_n} [1 - \text{Im}^2(\rho)]}, \quad (3.34a)$$

$$B_{\text{opt}} = -B_\gamma = -\sqrt{\frac{g_n}{R_n}} \text{Im}(\rho). \quad (3.34b)$$

Minimalna wartość współczynnika szumów czwórnika jest zatem dana wzorem:

$$F_0 = 1 + 2R_n (G_{\text{opt}} + G_\gamma). \quad (3.35)$$

Ostatecznie współczynnik szumów dla dowolnej admitancji źródła sygnału ma postać:

$$F = F_0 + \frac{R_n}{G_s} \left[ (G_s - G_{\text{opt}})^2 + (B_s - B_{\text{opt}})^2 \right]. \quad (3.36)$$

Moc szumów generowanych przez czwórnik można więc obliczyć, dysponując zestawem czterech parametrów:  $F_0$  – minimalny współczynnik szumów,  $R_n$  – rezystancja szumowa, i dwie składowe optymalnej admitancji szumowej  $Y_{\text{opt}} = G_{\text{opt}} + j \cdot B_{\text{opt}}$ .

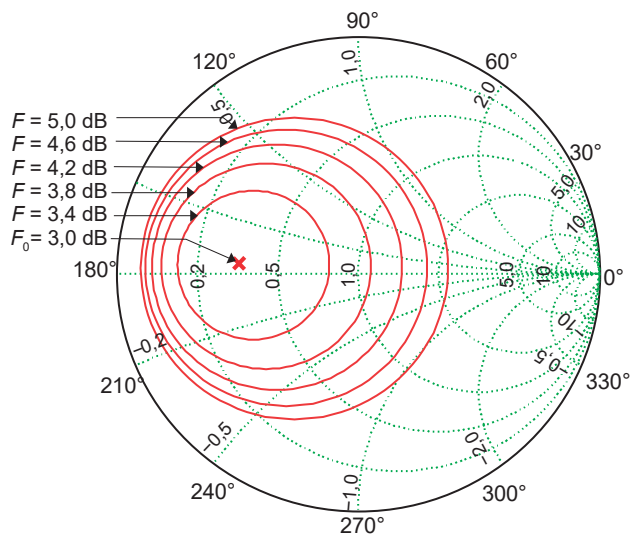
Ze względów praktycznych zamiast admitancji źródła używa się zwykle współczynnika odbicia:

$$\Gamma_s = \frac{1 - Z_0 \cdot Y_s}{1 + Z_0 \cdot Y_s}, \quad (3.37)$$

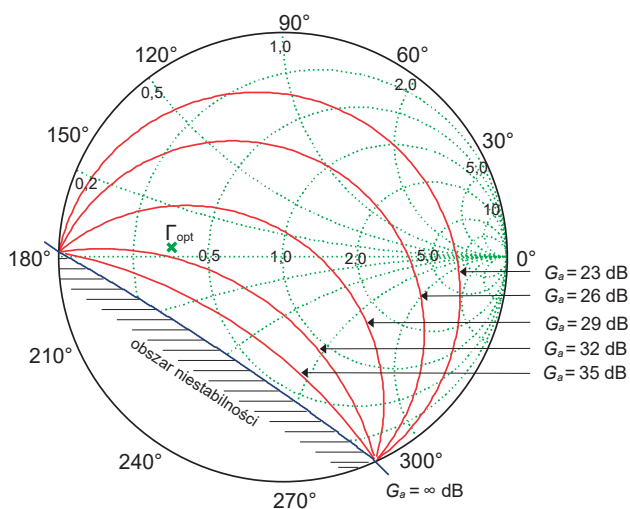
gdzie  $Z_0 = 50 \Omega$ . Wzór (3.36) można przepisać tak, aby zawierał tylko współczynniki odbicia:

$$F = F_0 + \frac{4R_n}{Z_0} \cdot \frac{|\Gamma_{\text{opt}} - \Gamma_s|^2}{|1 + \Gamma_{\text{opt}}|^2 \cdot (1 - |\Gamma_s|^2)}. \quad (3.38)$$

Kiedy mówi się o parametrach szumowych czwórnika, najczęściej ma się na myśli  $F_0$  – minimalny współczynnik szumów,  $R_n$  – rezystancję szumową, oraz amplitudę i fazę współczynnika odbicia źródła minimalizującego moc szumów  $\Gamma_{\text{opt}} = |\Gamma_{\text{opt}}| \cdot \exp(j \cdot \varphi)$ . Wygodnym sposobem określania własności szumowych czwórnika są okręgi stałego szumu (ang. *noise circles*). Na wykresie Smitha zbiór wartości współczynnika odbicia źródła sygnału, dla których współczynnik szumów czwórnika  $F > F_0$  jest stały, jest okręgiem. Im większa wartość współczynnika szumu, tym większy promień okręgu, a środek jest bliżej środka wykresu Smitha – patrz rysunek 3.7.



**Rysunek 3.7.** Okręgi stałego szumu dla wzmacniacza niskoszumnego z przykładu 3.5 przy częstotliwości  $f = 100$  MHz; parametry szumowe wzmacniacza  $F_0 = 3$  dB,  $4R_n/Z_0 = 0,51$ ,  $\Gamma_{\text{opt}} = 0,499/175,1^\circ$



**Rysunek 3.8.** Okręgi stałego wzmocnienia dla wzmacniacza niskoszumnego z przykładu 3.5 przy częstotliwości  $f = 100$  MHz; parametry rozproszenia wzmacniacza  $S_{11} = -0,949 - 0,019j$ ,  $S_{12} = 1,283 \cdot 10^{-4} + 9,7 \cdot 10^{-3}j$ ,  $S_{21} = 4,451 + 1,8j$ ,  $S_{22} = 0,685 + 0,695j$ ; w tle współczynnik odbicia źródła dopasowanego szumowo do wzmacniacza

Dysponowane wzmocnienie mocy  $G_a$  czwórnika jest definiowane jako stosunek mocy dysponowanej na obciążeniu czwórnika  $[P_L]_{\max}$  do mocy dysponowanej źródła sygnału  $[P_s]_{\max}$ :

$$G_a = \frac{[P_L]_{\max}}{[P_s]_{\max}} = \frac{(1 - |\Gamma_s|^2) \cdot |S_{21}|^2}{|1 - S_{11} \cdot \Gamma_s|^2 \cdot \left(1 - \left|S_{22} + \frac{S_{12} \cdot S_{21} \cdot \Gamma_s}{1 - S_{11} \cdot \Gamma_s}\right|^2\right)}, \quad (3.39)$$

gdzie  $S_{ij}$ ,  $i, j \in \{1, 2\}$  to współczynniki macierzy rozproszenia czwórnika. Wygodną formą ilustrowania zależności  $G_a$  od współczynnika odbicia źródła sygnału są okręgi stałego wzmocnienia (ang. *power circles*). Na wykresie Smitha zbiór wartości współczynnika odbicia źródła sygnału, dla których dysponowane wzmocnienie mocy jest stałe, jest okręgiem – rysunek 3.8. Rodzina okręgów stałego wzmocnienia, dla której parametrem jest dysponowane wzmocnienie czwórnika, tworzy hiperboliczny pęk okręgów, tj. zbiór okręgów przechodzących przez dwa ustalone punkty na brzegu wykresu Smitha. Im mniejsze dysponowane wzmocnienie mocy, tym większy promień okręgu. Asymptotycznie dla wzmocnienia  $G_a = 0$  okrąg stałego wzmocnienia pokrywa się z brzegiem wykresu Smitha.

Dysponowane wzmocnienie mocy  $G_a$  zależy tylko od współczynnika odbicia źródła sygnału, a nie zależy od współczynnika odbicia obciążenia czwórnika  $\Gamma_L$ , bo ten współczynnik musi być dobrany tak, aby zmaksymalizować moc przekazywaną do obciążenia [11]:

$$\Gamma_L = \left(S_{22} + \frac{S_{12} \cdot S_{21} \cdot \Gamma_s}{1 - S_{11} \cdot \Gamma_s}\right)^*. \quad (3.40)$$

**Przykład 3.2.** W procesie projektowania wzmacniaczy niskoszumnych rezygnuje się zwykle z dopasowania mocy na wejściu układu na rzecz dopasowania szumowego, wybierając, zwykle za pomocą reaktancyjnego układu dopasowującego, współczynnik odbicia źródła sygnału o wartości  $\Gamma_{\text{opt}}$ . Podobnie na wyjściu zamiast dopasowania mocy współczynnik odbicia obciążenia wybiera się o wartości  $\Gamma_L$ . W ten sposób, rezygnując z części wzmocnienia układu, uzyskuje się możliwie wysoki stosunek sygnał–szum na wyjściu wzmacniacza [11].  $\square$

**Przykład 3.3.** Dla tranzystora bipolarnego o dużym współczynniku wzmocnienia prądowego  $\beta \gg 1$  oraz w zakresie niskich częstotliwości  $\omega \ll \omega_T / \sqrt{\beta}$  ( $\omega_T$  oznacza częstotliwość graniczną tranzystora) wzory (3.23a)–(3.23c) mogą być w znaczący sposób uproszczone [14]:

$$R_n \approx \frac{r_b \cdot \varphi_T}{\varphi_0} + \frac{\varphi_T^2}{2 \cdot I_b \cdot \beta \cdot \varphi_0}, \quad (3.41a)$$

$$g_n \approx \frac{I_b}{2 \cdot \varphi_0}, \quad (3.41b)$$

$$\rho \sqrt{R_n g_n} \approx \frac{I_b \cdot r_b}{2 \cdot \varphi_0} + \frac{\varphi_T}{2 \cdot \beta \cdot \varphi_0} + j \frac{\varphi_T \cdot \omega / \omega_T}{2 \cdot \varphi_0}. \quad (3.41c)$$

W rezultacie admitancja szumów (3.27) upraszcza się do postaci:

$$Y_\gamma \approx \frac{I_b \cdot (\varphi_T + I_b \cdot \beta \cdot r_b)}{\varphi_T \cdot (\varphi_T + 2 \cdot I_b \cdot \beta \cdot r_b)} + \frac{j \cdot I_b \cdot \beta \cdot \omega / \omega_T}{\varphi_T + 2 \cdot r_b \cdot \beta \cdot I_b}, \quad (3.42)$$

a optymalna admitancja źródła sygnału przyjmuje postać:

$$Y_0 = G_0 + j \cdot B_0 \approx \sqrt{\frac{I_b^2 \cdot \beta}{\varphi_T^2 + 2 \cdot r_b \cdot \varphi_T \cdot \beta \cdot I_b}} - \frac{j \cdot I_b \cdot \beta \cdot \omega / \omega_T}{\varphi_T + 2 \cdot r_b \cdot \beta \cdot I_b}. \quad (3.43)$$

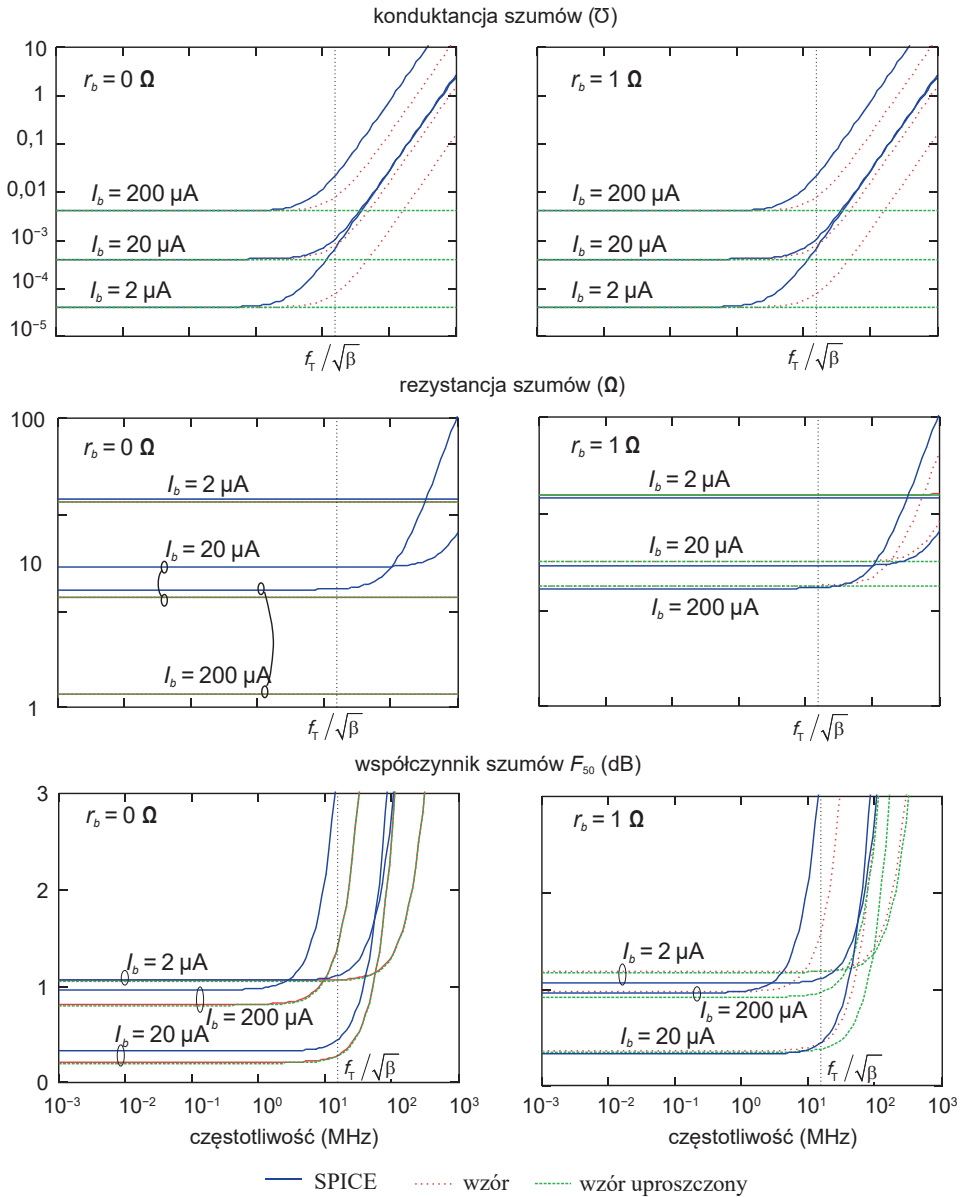
Optymalna susceptancja źródła sygnału  $B_0$  jest zwykle dla rozważanego zakresu częstotliwości pomijalna w stosunku do konduktancji  $G_0$ . Dlatego obliczając minimalną wartość współczynnika szumów, ograniczamy się tylko do uwzględnienia konduktancji. W rezultacie otrzymujemy wzór uproszczony:

$$F_0 \approx 1 + \left( \frac{2 \cdot r_b \cdot \varphi_T}{\varphi_0} + \frac{\varphi_T^2}{I_b \cdot \beta \cdot \varphi_0} \right) \cdot \sqrt{\frac{I_b^2 \cdot \beta}{\varphi_T^2 + 2 \cdot r_b \cdot \varphi_T \cdot \beta \cdot I_b}}. \quad (3.44)$$

Na rysunku 3.9 przedstawiono wybrane parametry szumowe tranzystora BC547C. Są to rezystancja szumów na wejściu, konduktancja szumów na wejściu oraz współczynnik szumów  $F_{50}$  dla oporności źródła sygnału  $R_s = 50 \Omega$ . Obliczenia przeprowadzono z wykorzystaniem programu LTspice dla temperatury złącza równej  $T = 290 \text{ K}$ . Z programem LTspice dostarczona jest podstawowa biblioteka modeli elementów, wśród których jest model tranzystora BC547C. Szczegóły modelu można znaleźć w literaturze [4], natomiast użyte wartości parametrów modelu dla tranzystora BC547C są następujące [1]:

```
.model BC547C NPN (IS=4.679E-14 NF=1.01 ISE=2.642E-15 NE=1.581
BF=458.7 IKF=0.1371 VAF=52.64 VAR=364.5 NR=1.019 RB=1 ISC=2.337E-14
IRB=1.00E-06 RBM=1 NC=1.164 RE=0.2598 BR=11.57 RC=1 XTB=0 IKR=0.1144
EG=1.11 XTI=3 CJE=1.229E-11 VJE=0.5591 MJE=0.3385 TF=4.689E-10
XTF=160 ITF=0.8842 TR=1.00E-32 PTF=0 CJS=0 CJC=4.42E-12 VJS=0.75
VJC=0.1994 MJS=0.333 MJC=0.2782 FC=0.7936 Vceo=45 XCJC=0.6193
VTF=2.828 Icrating=100m mfg=Philips)
```

Te same obliczenia wykonano z wykorzystaniem wzorów (3.23) oraz ich wersji uproszczonej (3.41). Na wykresach po lewej stronie przyjęto we wzorach analitycznych (3.23) oraz (3.41) wartość  $r_b = 0 \Omega$ . Dla niskich częstotliwości  $f < f_T / \sqrt{\beta}$  istotne różnice między wzorami analitycznymi a obliczeniami symulacyjnymi w programie SPICE dotyczą rezystancji szumowej oraz współczynnika szumów  $F_{50}$ . Różnice te są znacznie mniejsze na wykresach po prawej



**Rysunek 3.9.** Wybrane parametry szumowe tranzystora BC547C; na wykresach po lewej stronie we wzorach analitycznych przyjęto, że oporność bazy tranzystora jest równa zero; na wykresach po prawej uwzględniono oporność bazową i jej zmiany wraz ze wzrostem prądu bazy



stronie rysunku 3.9. Uwzględniono na nich we wzorach analitycznych  $r_b = 1 \Omega$  oraz wpływ modulacji szerokości bazy na oporność bazy  $r_b$ , zgodnie z modelem opisanym w [4]. Dla częstotliwości powyżej  $f_T/\sqrt{\beta}$  wzory analityczne (3.23) oraz (3.41) dają wyniki wyraźnie różne od wyników obliczeń z wykorzystaniem programu SPICE.  $\square$

Powyższy przykład uzmysławia wagę oporności bazy w kształtowaniu własności szumowych tranzystora bipolarnego. Dla częstotliwości  $f > f_T/\sqrt{\beta}$  nie dość, że potrzebny jest model małosygnałowy tranzystora bardziej złożony niż ten rozważany w przykładzie 3.1, to jeszcze trzeba uwzględnić w modelu zjawisko modulacji szerokości bazy oraz szereg zjawisk związanych z transportem nośników w bazie tranzystora. Trudności w konstruowaniu modelu szumowego tranzystora bipolarnego na podstawie analizy zachodzących w nim zjawisk fizycznych, ujawniające się szczególnie dla częstotliwości mikrofalowych, skłaniają do odwołania się w praktyce inżynierskiej do pomiarów tych własności. Nie jest to sytuacja nietypowa. Własności szumowe przyrządów i układów podawane w katalogach są wielkościami mierzonymi laboratoryjnie.

## 3.6. Pomiar parametrów szumowych

Pomiar właściwości szumowych czwórnik jest często trudny i obciążony znaczną niepewnością. Dlatego poniżej zostanie przedstawiona tylko idea pomiaru, bez wnikania w liczne szczegóły techniczne.

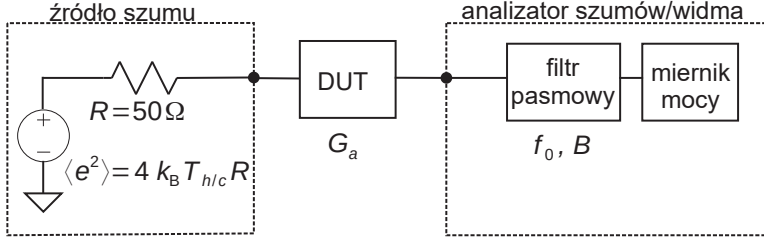
### 3.6.1. Pomiar współczynnika szumów

Schemat ideowy układu do pomiaru współczynnika szumów z wykorzystaniem generatora szumów metodą czynnika Y (ang. *Y-factor method*) przedstawiony jest na rysunku 3.10. Generator szumów ma zwykle oporność wyjściową  $R_s = 50 \Omega$ . Czasami jest to oporność  $R_s = 75 \Omega$ . W stanie wyłączenia (ang. *off, cold*) szum generowany przez źródło ma zastępczą temperaturę  $T_c$ . W stanie włączenia (ang. *on, hot*) szum generowany przez źródło ma zastępczą temperaturę  $T_h$ . Podczas pomiaru istotny jest tylko współczynnik szumu nadmiarowego ENR (ang. *excess noise ratio*):

$$\text{ENR} = \frac{T_h - T_c}{T_0}, \quad (3.45a)$$

k który często wyraża się w skali logarytmicznej:

$$\text{ENR}_{\text{dB}} = 10 \cdot \log \left( \frac{T_h - T_c}{T_0} \right), \quad (3.45b)$$



Rysunek 3.10. Schemat ideowy układu do pomiaru współczynnika szumów [16]

gdzie  $T_0 = 290 \text{ K}$  jest temperaturą odniesienia. Oznacza to, że źródło szumu opisane parametrem  $\text{ENR}_{\text{dB}} = 0 \text{ dB}$  charakteryzuje się różnicą temperatury szumu równą  $290 \text{ K}$  między stanem *hot* i stanem *cold*. Stosunek mocy szumu rejestrowanego przez miernik mocy, kiedy źródło jest w stanie *hot*, do mocy szumu rejestrowanego, kiedy źródło jest w stanie *cold*, wyraża się wzorem (ang. *Y-factor*) [16]:

$$Y = \frac{k_B \cdot [T_h + T_0 \cdot (F - 1)] \cdot G_a \cdot B}{k_B \cdot [T_c + T_0 \cdot (F - 1)] \cdot G_a \cdot B}, \quad (3.46)$$

gdzie  $G_a$  to wzmocnienie mocy badanego przyrządu (ang. *device under test* – DUT),  $F$  to współczynnik szumów przyrządu, a  $B$  jest szerokością pasma przenoszenia filtru użytego podczas pomiaru. Pomiar wielkości  $Y$  pozwala na wyliczenie współczynnika szumów:

$$F = \frac{\text{ENR}}{Y - 1} + \left( \frac{T_c}{T_0} - 1 \right). \quad (3.47a)$$

Jeżeli temperatura szumu dla źródła w stanie *cold* jest równa temperaturze odniesienia  $T_c = T_0$ , to powyższy wzór znacznie się upraszcza:

$$F = \frac{10^{0,1 \cdot \text{ENR}_{\text{dB}}}}{Y - 1}. \quad (3.47b)$$

Zaletą metody jest fakt, że nie wymaga ani wyznaczenia wzmocnienia mocy badanego układu  $G_a$ , ani znajomości pasma przenoszenia filtru  $B$ .

**Przykład 3.4.** Załóżmy, że mierzony jest współczynnik szumów wzmacniacza, którego wzmocnienie mocy w badanym paśmie i w warunkach dopasowania na wejściu i wyjściu do  $50 \Omega$  jest równe  $G_a = 20 \text{ dB}$ , zaś współczynnik szumów jest równy  $F = 2 \text{ dB}$ . Niech szerokość pasma filtru w torze pomiarowym wynosi  $B = 1 \text{ MHz}$ . Użyto źródła szumów o  $\text{ENR} = 6 \text{ dB}$ , dla którego można przyjąć  $T_c = T_0$ . W tej sytuacji moc szumów na wejściu miernika mocy,

kiedy źródło jest w stanie *cold*, wynosi:

$$P_{\text{cold}} = k_B \cdot T_0 \cdot F \cdot G_a \cdot B \approx 0,635 \text{ pW } (-92,0 \text{ dBm}).$$

Kiedy źródło sygnału jest w stanie *hot*, mierzona moc jest równa:

$$P_{\text{hot}} = k_B \cdot [T_h + T_0 \cdot (F - 1)] \cdot G_a \cdot B \approx 2,23 \text{ pW } (-86,5 \text{ dBm}),$$

natomiast moc szumów termicznych w paśmie o szerokości  $B$  jest równa:

$$P_{\text{noise}} = k_B \cdot T_0 \cdot B \approx 4,00 \cdot 10^{-3} \text{ pW } (-114,0 \text{ dBm}).$$

Oznacza to, że na wejściu miernika mocy nie można liczyć na stosunek sygnał–szum istotnie większy niż około 25 dB.  $\square$

Opisując sposób pomiaru współczynnika szumów z wykorzystaniem źródła szumów, nie uwzględniono szumów własnych miernika mocy. Jeżeli współczynnik szumów miernika wynosi  $F_{\text{NFA}}$ , to w liczniku i mianowniku wzoru (3.46) należy uwzględnić dodatkowy składnik  $k_B T_0 (F_{\text{NFA}} - 1)$ . Powoduje to, że wartość współczynnika szumów powinna być obliczona na podstawie pomiarów z wykorzystaniem następującego wzoru:

$$F = \frac{\text{ENR}}{Y - 1} + \left( \frac{T_c}{T_0} - 1 \right) + \frac{F_{\text{NFA}} - 1}{G_a}. \quad (3.48)$$

W przypadku użycia tego wzoru trzeba znać współczynnik szumów miernika mocy, a przed pomiarem współczynnika szumów wyznaczyć wzmocnienie mocy mierzonego układu. Zwykle komplikuje to całą procedurę pomiarową [6].

Jeżeli mierzony jest współczynnik szumów wzmacniacza o wzmocnieniu rzędu 20 dB, a współczynnik szumów miernika mocy nie przekracza kilku decybeli, to błąd wynikający z pominięcia ostatniego składnika we wzorze (3.48) nie przekracza kilku procent. Tego samego rzędu błędy wynikają z niepewności współczynnika ENR, która zwykle wynosi około  $\pm 0,05$  dB [17]. Jeszcze jednym źródłem błędów jest niedopasowanie na wejściu mierzonego układu. W ten sposób niewielkie błędy pomiaru są możliwe do uzyskania tylko dzięki temu, że każde komercyjnie sprzedawane źródło szumu jest wyposażone w indywidualną krzywą kalibracji współczynnika ENR oraz współczynnika odbicia w funkcji częstotliwości.

W przypadku układu o dużym współczynniku szumu, dla którego parametr  $Y$  jest zbliżony do jedności i wynik pomiaru jest skrajnie wrażliwy na błędy pomiaru mocy, można zastosować historyczną metodę podwojenia mocy. W układzie z rysunku 3.10 zamiast generatora szumów używa się zwykłego generatora sygnałowego. Najpierw rejestruje się moc  $P_{\text{noise}}$  wskazywaną przez miernik mocy, kiedy wejście układu jest dopasowane za pomocą impedancji  $Z_0 = 50 \Omega$

(zakładamy, że układ jest w temperaturze odniesienia  $T_0$ ). Następnie dołącza się do układu generator sygnału i zwiększa jego moc aż do poziomu  $P_{\text{gen}}$ , dla którego wskazanie miernika mocy na wyjściu zwiększy się o 3 dB (podwoi się do wartości  $2P_{\text{noise}}$ ). Nietrudno się przekonać, że w tym przypadku współczynnik szumów wyraża się wzorem:

$$F = \frac{P_{\text{gen}}}{k_B \cdot T_0 \cdot B}. \quad (3.49)$$

Metoda nie wymaga wyznaczenia wzmocnienia badanego układu. Wymaga jednak znajomości pasma przenoszenia filtru  $B$  oraz użycia miernika czułego rzeczywiście na moc sygnału (ang. *true rms*), a nie przyrządu jedynie wyskalowanego w jednostkach mocy<sup>4</sup>.

W przypadku gdy badany układ mocno szumi, a znane są jego wzmocnienie mocy  $G_a$  oraz pasmo przenoszenia, do określenia współczynnika szumów wystarcza pomiar mocy szumów na wyjściu  $P_{\text{noise}}$ , kiedy wejście układu jest dopasowane za pomocą impedancji 50  $\Omega$ :

$$F = \frac{P_{\text{noise}}}{k_B \cdot T_0 \cdot G_a \cdot B}. \quad (3.50)$$

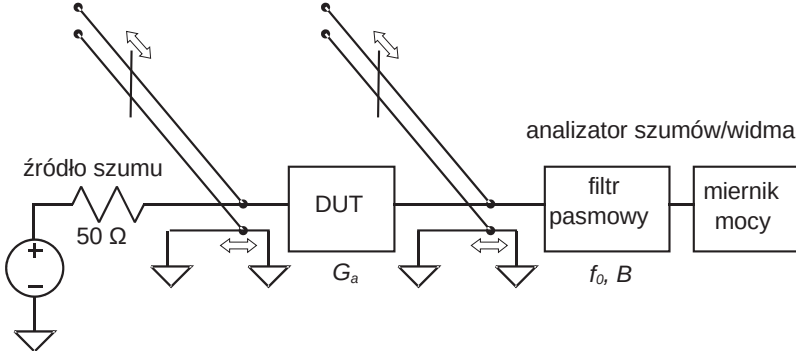
Błąd pomiaru powiększa niepewność wartości wzmocnienia mocy  $G_a$  oraz szerokości pasma przenoszenia filtru  $B$ , które muszą być wyznaczone w osobnym pomiarze.

### 3.6.2. Pełny pomiar szumów czwórnika

Pomiar współczynnika szumów wzmacniacza niskoszumnego w warunkach dopasowania do oporności 50  $\Omega$  za pomocą komercyjnego miernika szumów oraz komercyjnego źródła szumów nie sprawia zwykle wielkich kłopotów i jest obciążony niewielkim błędem [17]. Ponieważ układy tego typu pracują w warunkach dopasowania współczynnika szumów, to  $F_{50}$  jest pojedynczym parametrem wystarczającym w codziennej praktyce inżyniera, aby opisać własności szumowe wzmacniacza.

Co innego tranzystory, a w szczególności mikrofalowe tranzystory bipolarne wykonane w technice HEMT (ang. *high electron mobility transistor*). W tym przypadku konieczne jest wyznaczenie wszystkich czterech parametrów szumowych czwórnika. Idea pomiaru tych parametrów polega na doświadczalnym wyznaczeniu zależności współczynnika szumów układu od admitancji źródła sygnału. Odpowiedni schemat ideowy przedstawia rysunek 3.11. Impedancja źródła szumów jest transformowana z wykorzystaniem reaktancyjnego transforma-

<sup>4</sup> Woltomierz prądu zmiennego jest zwykle czuły na wartość średnią wyprostowaną napięcia, a wyskalowany jest tak, aby dla napięcia o przebiegu sinusoidalnym wskazywał wartość skuteczną napięcia. Podłączony np. do źródła szumu nie wskaże poprawnej wartości skutecznej szumu.



**Rysunek 3.11.** Schemat ideowy układu do pomiaru zależności współczynnika szumów od admitancji źródła sygnału [3]

tora. W najprostszym przypadku, sugerowanym przez [3], używa się odcinka linii transmisyjnej z odczepem o regulowanej długości. Podobny układ transformatora jest używany na wyjściu celem maksymalizacji wskazań miernika mocy, co zmniejsza błąd pomiaru. Wyznaczenie krzywej zależności współczynnika szumów od konduktancji źródła  $G_s$  wymaga zmierzenia współczynnika szumów dla co najmniej trzech różnych wartości konduktancji  $G_{s1}, G_{s2}, G_{s3}$ . Wzór (3.36) dla  $B_s = 0$  ma postać:

$$F = F_0 + \frac{R_n}{G_s} \left[ (G_s - G_0)^2 + B_0^2 \right] = \overbrace{F_0 - 2 \cdot R_n \cdot G_0}^{a_1} + \overbrace{R_n}^{b_1} \cdot G_s + \frac{\overbrace{R_n \cdot (G_0^2 + B_0^2)}^{c_1}}{G_s}.$$

Współczynniki  $a_1, b_1, c_1$  wyznacza się poprzez rozwiązanie układu trzech równań liniowych:<sup>5</sup>

$$\begin{bmatrix} 1 & G_{s1} & \frac{1}{G_{s1}} \\ 1 & G_{s2} & \frac{1}{G_{s2}} \\ 1 & G_{s3} & \frac{1}{G_{s3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}. \quad (3.51)$$

W rezultacie otrzymujemy równoważną oporność szumów na wejściu wzmacniacza  $R_n$  i równoważną przewodność szumów na wejściu  $g_n$ :

$$\begin{aligned} R_n &= b_1 \\ g_n &= c_1 - \text{patrz wzory (3.34)}. \end{aligned} \quad (3.52)$$

<sup>5</sup> Większa liczba wartości przewodności źródła sygnału, dla której wyznaczono współczynnik szumów, powoduje, że układ równań (3.51) staje się nadokreślony. Bierzemy wtedy pod uwagę liczby  $a_1, b_1, c_1$ , które minimalizują odległość Euklidesa między lewą i prawą stroną układu równań (3.51).

Podobne zależności uzyskujemy dla przypadku, gdy przewodność źródła sygnału jest stała  $G_s = \text{const.}$ , a zmienia się składowa reaktancyjna admitancji źródła sygnału:

$$\begin{aligned} F &= F_0 + \frac{R_n}{G_s} \left[ (G_s - G_0)^2 + (B_s - B_0)^2 \right] = \\ &= F_0 + \frac{R_n}{G_s} (G_s - G_0)^2 + \frac{R_n}{G_s} \cdot B_0^2 - \frac{2 \cdot R_n \cdot B_0}{G_s} \cdot B_s + \frac{R_n}{G_s} \cdot B_s^2 = \\ &= a_2 + b_2 \cdot B_s + c_2 \cdot B_s^2. \end{aligned} \quad (3.53)$$

Wyznaczenie współczynnika  $b_2$  pozwala na wyliczenie optymalnej susceptancji:

$$B_0 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{b_2}{c_2}, \quad (3.54a)$$

a to z kolei ułatwia wyznaczenie optymalnej konduktancji:

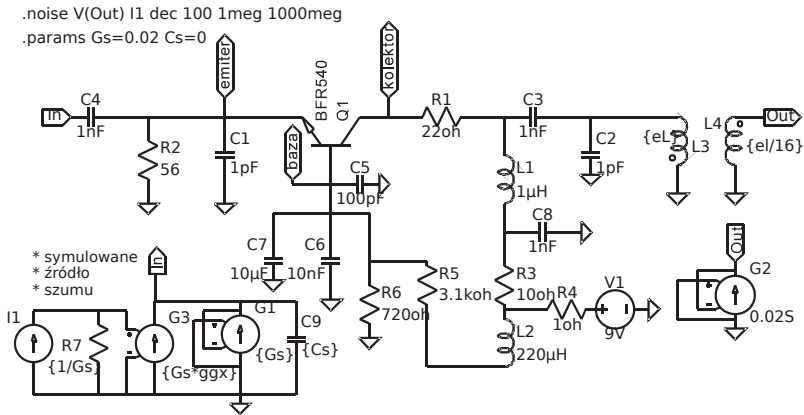
$$G_0 = \sqrt{\frac{g_n}{R_n} - B_0^2}. \quad (3.54b)$$

Powtarzając pomiary i obliczenia dla szeregu wartości częstotliwości środkowej filtru pasmowego  $f_0$ , wyznacza się zależność parametrów szumowych badanego układu w funkcji częstotliwości.

**Przykład 3.5.** Na rysunku 3.12 przedstawiono schemat elektryczny niskoszumnego wzmacniacza buforowego zaczerpnięty z [13]. W układzie tym wykorzystano szerokopasmowy tranzystor BFR540, dla którego parametry modelu w programie SPICE można znaleźć na stronie producenta [2]:

```
.MODEL BFR540 NPN(IS=1.04516E-15 BF=1.84359E+02 NF=9.81774E-01
VAF=4.16981E+01 IKF=1.00000E+01 ISE=2.32436E-13 NE=2.02825E+00
BR=4.39917E+01 NR=9.92532E-01 VAR=2.09773E+00 IKR=1.66296E-01
ISC=1.29849E-16 NC=1.06486E+00 RB=5.00000E+00 IRB=1.00000E-06
RBM=5.00000E+00 RE=3.53552E-01 RC=1.34000E+00 EG=1.11000E+00
XTI=3.00000E+00 CJE=1.97895E-12 VJE=6.00000E-01 MJE=3.32695E-01
TF=7.45719E-12 XTF=1.14072E+01 VTF=3.15854E+00 ITF=1.56917E-01
CJC=7.93745E-13 VJC=1.85522E-01 MJC=8.41656E-21
```

Dzięki temu można przeprowadzić symulację pomiaru wszystkich czterech parametrów szumowych układu z wykorzystaniem łatwo dostępnego symulatora LTspice [1]. W tym celu skonstruowano symulowane źródło szumów o zmiennej admitancji. Składa się ono z: 1) źródła prądu sterowanego napięciem G1, które realizuje bezszumową przewodność o zmiennej



**Rysunek 3.12.** Schemat elektryczny niskoszumnego wzmacniacza buforowego [13]

wartości  $G_s$ ; 2) źródła prądu sterowanego napięciem  $G_2$ , które realizuje źródło szumów prądowych o zmiennej temperaturze; 3) zmiennej pojemności  $C_s$ . Program LTspice został użyty, aby obliczyć gęstość widmową mocy szumów napięciowych na wyjściu Out wzmacniacza dla dwóch różnych wartości temperatury źródła szumu.

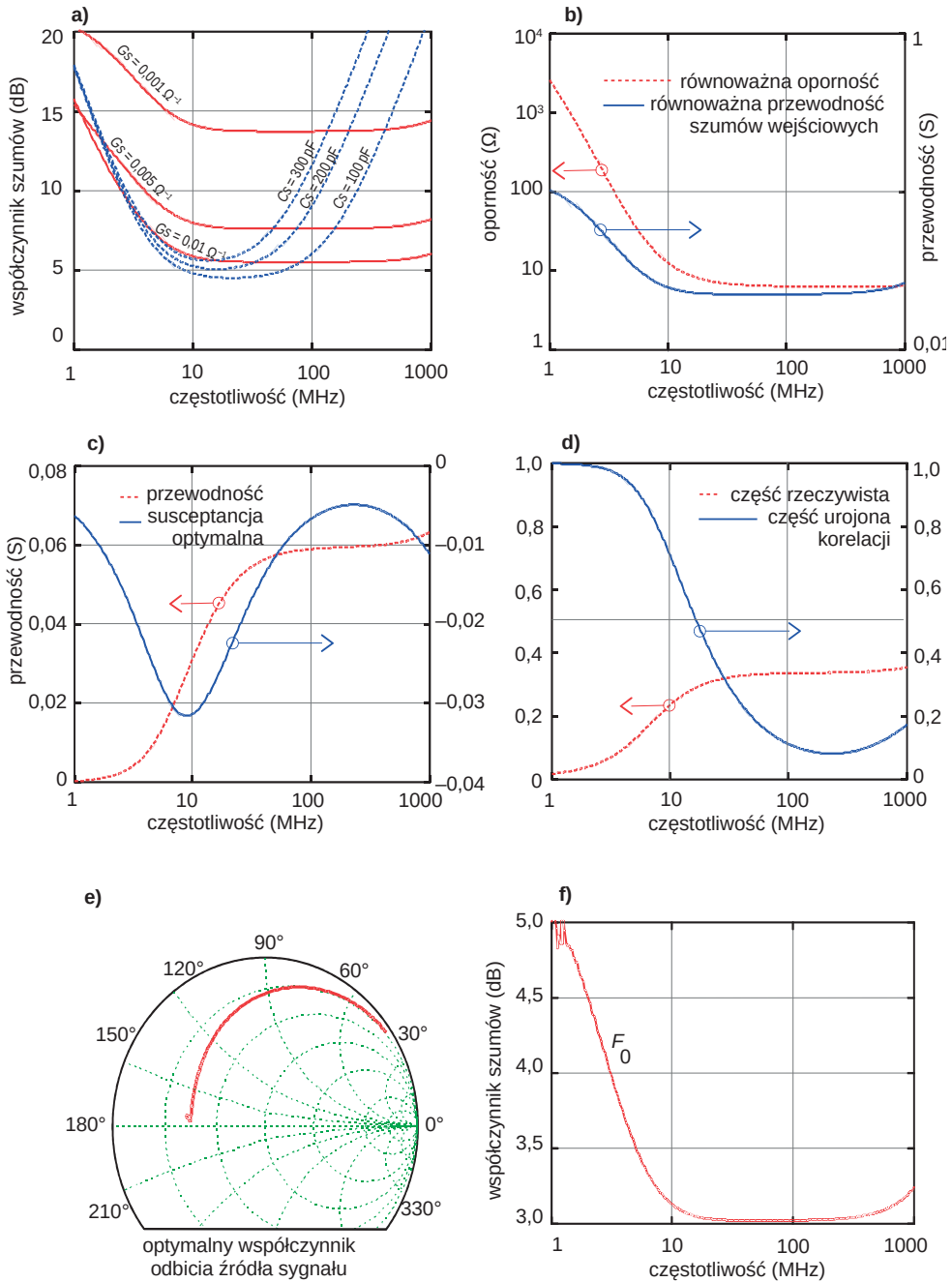
Na rysunku 3.13(a) pokazano wartości współczynnika szumów układu wzmacniacza niskoszumnego, wyznaczone metodą czynnika  $Y$  na podstawie obliczeń gęstości mocy szumów wykonanych z wykorzystaniem programu LTspice. Obliczenia przeprowadzono dla układu znajdującego się w temperaturze odniesienia  $T_0 = 290$  K dla dwóch różnych wartości temperatury źródła szumu. Założono, że w stanie off temperatura źródła szumu jest równa temperaturze odniesienia  $T_c = T_0 = 290$  K, natomiast współczynnik szumu nadmiarowego źródła  $ENR_{dB} = 15$  dB, co daje  $T_h = 9460$  K. Przewodność źródła przyjmowała kolejno wartości  $G_s \in \{1/1000, 1/200, 1/100\} \Omega^{-1}$  przy  $C_s = 0$  F. Następnie zmieniana była pojemność  $C_s \in \{100, 200, 300\}$  pF przy  $G_s = 1/50 \Omega^{-1}$ . Obliczone wartości współczynnika szumów pozwalają na odtworzenie podstawowych parametrów szumowych wzmacniacza.

Wyliczone na podstawie równania (3.52) równoważna oporność szumów na wejściu i równoważna przewodność szumów na wejściu dla wzmacniacza niskoszumnego w temperaturze odniesienia  $T_0 = 290$  K są przedstawione na rysunku 3.13(b).

Uzyskane na podstawie równań (3.54) wartości optymalnej admitancji źródła w funkcji częstotliwości są pokazane na rysunku 3.13(c). Na rysunku 3.13(e) optymalna admitancja źródła jest przeliczona do postaci współczynnika odbicia i naniesiona na wykres Smitha.

Obliczone powyżej wielkości pozwalają na koniec obliczyć minimalną wartość współczynnika szumów:

$$F_0 = a_2 - \frac{R_n}{G_s} \cdot (G_s - G_0)^2 - \frac{R_n}{G_s} \cdot B_0^2. \quad (3.55)$$



Rysunek 3.13. Parametry szumowe wzmacniacza niskoszumnego z rysunku 3.12



Przebieg tego współczynnika dla rozważanego wzmacniacza niskoszumnego jest pokazany na rysunku 3.13(f). W zakresie częstotliwości powyżej 10 MHz współczynnik ten jest stały, praktycznie równy 3 dB. Dla częstotliwości niższych obserwuje się niewielki wzrost tego współczynnika, co wiąże się z wpływem pojemności sprzęgających, a głównie pojemności C4, na działanie obwodu [13].

Dysponując pełnym zestawem parametrów szumowych wzmacniacza, obliczamy korelację pomiędzy napięciem szumów i prądem szumów na wejściu. Wielkość tę można uzyskać, korzystając ze wzorów (3.27) i (3.35):

$$\rho = \frac{F_0 - 1}{2 \cdot \sqrt{R_n \cdot g_n}} - \sqrt{\frac{R_n}{g_n}} \cdot G_0 - j \cdot B_0 \cdot \sqrt{\frac{R_n}{g_n}}. \quad (3.56)$$

Przebieg korelacji dla badanego wzmacniacza ilustruje rysunek 3.13(d). Wyliczenie korelacji może posłużyć w charakterze sprawdzianu poprawności przeprowadzonych obliczeń. W żadnym przypadku wielkość ta co do modułu nie może być większa od jedności – tak jak przebieg na rysunku 3.13(d).  $\square$

### 3.6.3. Zastępcza temperatura szumów

Źródło szumów, którego gęstość widmowa mocy wynosi  $N_x$ , może być scharakteryzowane przez podanie zastępczej temperatury szumów  $T_x$  [15]:

$$N_x = k_b \cdot T_x. \quad (3.57)$$

Zastępcza temperatura szumów jest szczególnie wygodna w sytuacji, gdy widmo szumów w interesującym zakresie jest stałe.

Dla czwórnika, scharakteryzowanego przez współczynnik szumów  $F$ , definiuje się temperaturę szumów  $T_{\text{sys}}$  jako temperaturę, do której trzeba ogrzać oporność źródła sygnału, aby widmo dysponowanej mocy szumów generowanych na wyjściu czwórnika wyłącznie przez tę oporność było równe widmu dysponowanej mocy szumów obserwowanych na wyjściu czwórnika:

$$T_{\text{sys}} = T_0 \cdot F. \quad (3.58)$$

Temperatura szumów  $T_{\text{sys}}$  jest w ogólnym przypadku funkcją admitancji wejściowej źródła sygnału, częstotliwości i temperatury, w której pracują elementy czwórnika. Jednak wiele praktycznych układów jest przewidzianych tylko do pracy w warunkach dopasowania do impedancji  $50 \Omega$ , a współczynnik szumów układu dla źródła dopasowanego w paśmie pracy układu nie zależy od częstotliwości. Wtedy temperatura szumów okazuje się jedną liczbą, która wystarcza do charakteryzowania własności szumowych czwórnika.

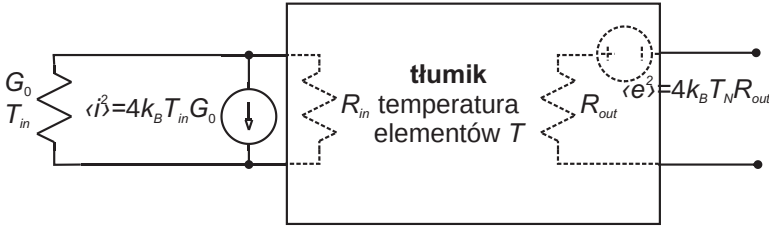
**Przykład 3.6.** Minimalny współczynnik szumów wzmacniacza niskoszumnego, przedstawionego w przykładzie 3.5, pracującego w temperaturze odniesienia  $T_0 = 290$  K, jest w szerokim zakresie częstotliwości stały i równy 3 dB. Minimalna temperatura szumów tego czwórnika jest zatem równa:

$$T_{\min} = T_0 \cdot F_0 = 580 \text{ K.}$$

Minimalna temperatura szumów nadmiarowych jest zaś równa:

$$T_e = T_{\min} - T_0 = (F_0 - 1) \cdot T_0 = 290 \text{ K.} \quad \square$$

Szczególnie interesujący jest przypadek, gdy ustala się temperaturę szumów na wyjściu tłumika, którego temperatura pracy  $T$  jest różna od temperatury źródła sygnału  $T_{\text{in}}$ . Jest to przypadek np. linii transmisyjnej przenoszącej sygnał od anteny do wzmacniacza niskoszumnego czy tłumienia sygnału w atmosferze przez cząstki tlenu, pary wodnej bądź też tłumienie wywołane przez opady atmosferyczne. Każdy taki przypadek może być modelowany jako czwórnik pasywny, którego elementy pracują w temperaturze  $T$ , na wejściu umieszczone jest zaś źródło sygnału, którego szum jest scharakteryzowany przez temperaturę zastępczą  $T_{\text{in}}$  – rysunek 3.14.



**Rysunek 3.14.** Tłumik

Schemat zastępczy Thevenina obwodu widzianego między zaciskami wyjściowymi czwórnika to oporność  $R_{\text{out}}$  połączona szeregowo ze źródłem szumów napięciowych o temperaturze zastępczej  $T_N$ :

$$4 \cdot k_B \cdot T_N \cdot R_{\text{out}} = 4 \cdot k_B \cdot T_{\text{in}} \cdot G_0 H_0^2 + \sum_{m=1}^M 4 \cdot k_B \cdot T \cdot G_m H_m^2, \quad (3.59)$$

gdzie  $G_m$  to przewodności elementów tworzących czwórnik, natomiast  $H_m^2$  to kwadrat wartości bezwzględnej transrezystancji od prądu płynącego równolegle do przewodności  $G_m$  do

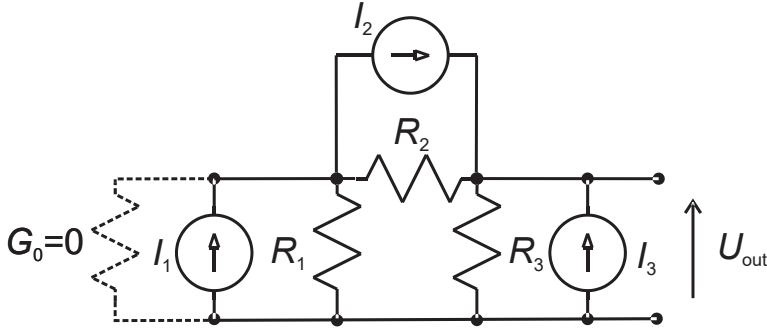
wyjścia czwórnika. Wzór ten można także zapisać następująco:

$$4 \cdot k_B \cdot T_N \cdot R_{\text{out}} = 4 \cdot k_B \cdot (T_{\text{in}} - T) \cdot G_0 H_0^2 + \sum_{m=0}^M 4 \cdot k_B \cdot T \cdot G_m H_m^2. \quad (3.60)$$

Zauważmy, że jeżeli temperatura źródła sygnału byłaby taka sama jak temperatura tłumika  $T_{\text{in}} = T$ , to zastępcza temperatura szumów na wyjściu czwórnika musi być równa temperaturze całości  $T$ . Gdyby tak nie było, to można by „sprytnie” łącząc oporniki o temperaturze  $T$ , spowodować samorzutny przepływ energii cieplnej do jednego z nich. Takich zjawisk raczej się nie obserwuje. W związku z tym mamy tożsamość:

$$4 \cdot k_B \cdot T \cdot R_{\text{out}} = \sum_{m=0}^M 4 \cdot k_B \cdot T \cdot G_m H_m^2. \quad (3.61)$$

**Przykład 3.7.** Na rysunku 3.15 przedstawiony jest czwórnik typu II, dla którego przewodność źródła sygnału  $G_0 = 0$ . Oporność wyjściowa czwórnika:



Rysunek 3.15. Tłumik typu II

$$R_{\text{out}} = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Transrezystancje od zacisków opornika  $R_1$  do wyjścia:

$$H_1 = \frac{U_{\text{out}}}{I_1} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3},$$

od zacisków opornika  $R_2$  do wyjścia:

$$H_2 = \frac{U_{\text{out}}}{I_2} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3},$$

od zacisków opornika  $R_3$  do wyjścia:

$$H_3 = \frac{U_{\text{out}}}{I_1} = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Przez elementarne podstawienie sprawdzamy:

$$\frac{H_1^2}{R_1} + \frac{H_2^2}{R_2} + \frac{H_3^2}{R_3} = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} = R_{\text{out}}.$$

□

Równanie (3.59) można zatem zapisać następująco:

$$4 \cdot k_B \cdot T_N \cdot R_{\text{out}} = 4 \cdot k_B \cdot (T_{\text{in}} - T) \cdot G_0 H_0^2 + 4 \cdot k_B \cdot T \cdot R_{\text{out}} \quad (3.62a)$$

albo 
$$T_N = (T_{\text{in}} - T) \cdot G_0 \cdot G_{\text{out}} \cdot H_0^2 + T. \quad (3.62b)$$

Iloczyn  $G_0 \cdot G_{\text{out}} \cdot H_0^2 = 1/L$  to odwrotność tłumienia mocy przez tłumik. W ten sposób uzyskujemy zastępczą temperaturę szumów na wyjściu tłumika:

$$T_N = \frac{T_{\text{in}} + T \cdot (L - 1)}{L}. \quad (3.63)$$

Podstawiając  $T_{\text{in}} = T_0$ , można szybko wyliczyć współczynnik szumów tłumika:

$$F = \frac{k_B \cdot T_N}{k_B \cdot T_0 / L} = 1 + T / T_0 \cdot (L - 1) \quad (3.64)$$

oraz temperaturę nadmiarowych szumów:

$$T_e = (F - 1)T_0 = T(L - 1). \quad (3.65)$$

W szczególności w temperaturze odniesienia współczynnik szumów tłumika jest równy tłumieniu  $F_{T_0} = L$ .

**Przykład 3.8.** Źródło sygnału o temperaturze szumów  $T_{\text{in}}$  dołączono do układu przez dwa tłumiki pracujące w temperaturze  $T$ , jeden o tłumieniu  $L_1$ , a drugi o tłumieniu  $L_2$ . Tempera-

tura szumów widzianych na wyjściu pierwszego tłumika wynosi:

$$T_1 = \frac{T_{\text{in}} + T \cdot (L_1 - 1)}{L_1},$$

natomiast temperatura szumów widzianych na wyjściu drugiego tłumika wynosi:

$$T_2 = \frac{T_1 + T \cdot (L_2 - 1)}{L_2} = \frac{\frac{T_{\text{in}} + T \cdot (L_1 - 1)}{L_1} + T \cdot (L_2 - 1)}{L_2} = \frac{T_{\text{in}} + T \cdot (L_1 \cdot L_2 - 1)}{L_1 \cdot L_2}.$$

Otrzymany wzór jest identyczny ze wzorem (3.64), pod warunkiem że tłumienie  $L = L_1 L_2$ .  $\square$

### 3.6.4. Kaskadowe łączenie czwórników

Rozważmy kaskadowo połączone czwórniki, z których każdy jest opisany w tym połączeniu przez wzmocnienie mocy  $G_i$ , współczynnik szumów  $F_i$  oraz zastępczą temperaturę szumów nadmiarowych na wejściu  $T_{ei}$  (patrz rysunek 3.16). Przy założeniu, że szum dowolnego czwórnika jest nieskorelowany z szumem pozostałych czwórników, a źródło sygnału ma zastępczą temperaturę szumów równą temperaturze odniesienia  $T_0 = 290$  K, całkowita gęstość mocy szumów na wyjściu kolejnych czwórników wyraża się wzorami:

$$N_1 = k_B T_0 F_1 G_1. \quad (3.66a)$$

$$N_2 = k_B T_0 (F_1 G_1 G_2 + (F_2 - 1) G_2), \quad (3.66b)$$

$$\vdots$$

$$N_M = k_B T_0 (F_1 G_1 G_2 \dots G_M + (F_2 - 1) G_2 \dots G_M + \dots + (F_M - 1) G_M). \quad (3.66c)$$

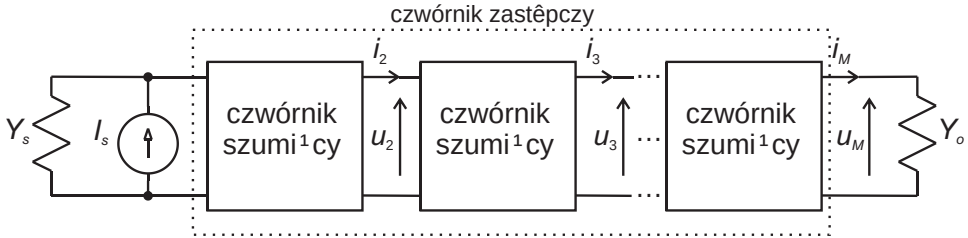
Współczynnik szumów takiego kaskadowego połączenia czwórników wyraża się znanym wzorem Friisa:

$$F = F_1 + \sum_{m=2}^M \frac{(F_m - 1)}{\prod_{k=1}^m G_k}. \quad (3.67)$$

Zastępczą temperaturę szumów na wejściu układu wyliczamy według wzoru:

$$T_{\text{sys}} = T_0 + T_{e1} + \sum_{m=2}^M \frac{T_{em}}{\prod_{k=1}^m G_k}. \quad (3.68)$$

Wynika stąd, że o poziomie szumów w kaskadowym połączeniu czwórników decyduje jakość – poziom szumów – czwórników znajdujących się najbliżej wejścia układu. Jest to kon-

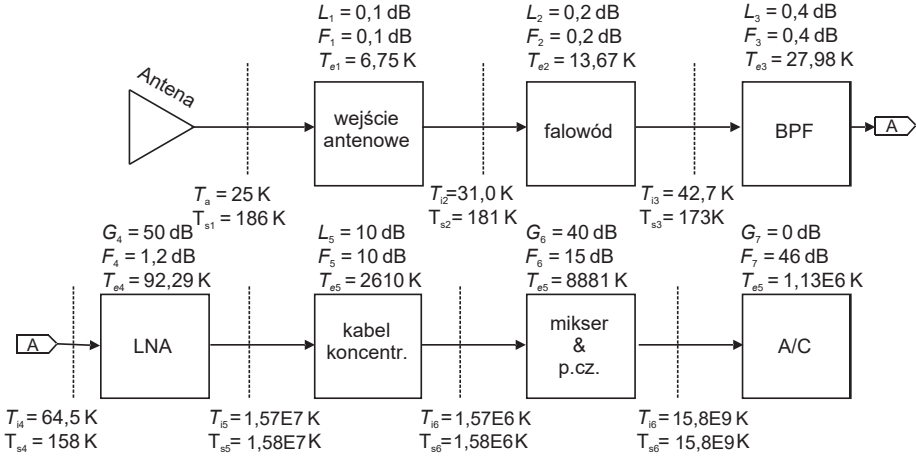


Rysunek 3.16. Kaskada czwórników

stacja ważna, a jednocześnie intuicyjnie zrozumiała.

Należy podkreślić, że stosowanie wzoru (3.67) nie stwarza żadnych problemów, jeżeli poszczególne stopnie są przeznaczone do pracy w warunkach dopasowania do impedancji  $50\ \Omega$ , a podany dla nich współczynnik szumów jest współczynnikiem  $F_{50}$ . Kiedy jednak warunki dopasowania nie są spełnione, poprawna analiza szumowa wymaga podania czterech parametrów szumowych każdego czwórnika oraz przykładowo jego parametrów rozproszenia. Dopiero wtedy można dla każdego czwórnika poprawnie wyznaczyć współczynnik szumów oraz wartość wzmocnienia mocy, która występuje we wzorze (3.67). Kiedy jednak warunki dopasowania do impedancji  $50\ \Omega$  nie są spełnione, a dysponujemy tylko częściową informacją dotyczącą parametrów obwodowych i szumowych poszczególnych czwórników, wzór (3.67) nadal bywa stosowany w celu przybliżonego szacowania własności szumowych kaskadowego połączenia czwórników.

**Przykład 3.9. (Przykładowa analiza szumowa).** Rozważmy odbiornik radiowy satelitarnej stacji naziemnej [5] (rysunek 3.17). Sygnały odbierane przez antenę są prowadzone falowodem do wejścia filtru pasmowoprzepustowego. Przyłącze anteny do falowodu ma stratność  $L_1 = 0,1\ \text{dB}$ , natomiast tłumienność falowodu dla częstotliwości pracy systemu wynosi  $L_2 = 0,2\ \text{dB}$ . Tłumienność filtru pasmowego w paśmie przenoszenia wynosi  $L_3 = 0,4\ \text{dB}$ . Ze względu na kąt podniesienia anteny i średni stan atmosfery można przyjąć, że temperatura szumów anteny wynosi  $T_a = 25\ \text{K}$ . Sygnał z wyjścia filtru pasmowego trafia do wzmacniacza niskoszumnego o wzmocnieniu  $G_4 = 50\ \text{dB}$  i współczynniku szumów  $F_4 = 1,2\ \text{dB}$ . Stąd za pomocą kabla koncentrycznego o tłumienności  $L_5 = 10\ \text{dB}$  sygnał prowadzony jest do mieszacza zintegrowanego ze wzmacniaczem pośredniej częstotliwości. Wzmocnienie tego układu to  $G_6 = 40\ \text{dB}$ , a współczynnik szumów  $F_6 = 15\ \text{dB}$ . Sygnał pośredniej częstotliwości jest zamieniany na formę cyfrową i obrabiany dalej na drodze cyfrowej. W praktyce oznacza to, że za przetwornikiem A/C nie ma już dodatkowych źródeł szumu. Celem jest obliczenie zastępczej temperatury szumów na wyjściu przetwornika A/C sprowadzonych do wejścia antenowego



**Rysunek 3.17.** Mikrofalowy odbiornik satelitarny – schemat blokowy

odbiornika. Obliczenia zostały podsumowane na rysunku 3.17 oraz w tablicy 3.1. Przyjęto, że obwód pracuje w temperaturze odniesienia  $T_0 = 290\text{ K}$ .

Dla każdego układu pasywnego zostały obliczone współczynnik szumów i temperatura szumów nadmiarowych według wzorów (3.64) i (3.65):

$$T_e = T_0 \cdot (F - 1).$$

Temperatura  $T_i$  to temperatura szumów na wejściu kolejnych stopni. Temperatura szumów na wejściu stopnia  $N + 1$  to suma temperatury szumów na wejściu stopnia  $N$  i temperatury szumów nadmiarowych stopnia  $N$  przeskalowana przez wzmocnienie mocy stopnia  $N$ :

$$T_i(N + 1) = G_N \cdot (T_i(N) + T_e(N)).$$

Dla wejścia antenowego mamy  $T_i(1) = T_a$ .

Temperatura  $T_s$  to zastępcza temperatura szumów na wyjściu przetwornika A/C sprowadzona do wejścia kolejnych stopni:

$$T_s(N) = \frac{T_s(N + 1)}{G_N}.$$

Przyjęto, że wzmocnienie mocy przetwornika A/C jest równe  $G_7 = 0\text{ dB}$ , co daje:

$$T_s(7) = T_i(7) + T_e(7).$$

Tablica 3.1. Analiza szumowa radiowego odbiornika satelitarnego

| Element systemu | Współ-<br>czyn-<br>nik<br>szu-<br>mów $F$ | Tempera-<br>tura<br>szumów<br>nadmiaro-<br>wych $T_c$ | Wzmo-<br>cnienie<br>mocy $G$ | Tempera-<br>tura<br>szumów<br>wejścio-<br>wych $T_i$ | Zastępcza<br>tempera-<br>tura<br>szumów<br>sprowadzo-<br>nych do<br>wejścia $T_s$ | Zastępcza<br>tempera-<br>tura<br>nadmiaro-<br>wych<br>szumów<br>sprowadzo-<br>nych do<br>wejścia $T_E$ |
|-----------------|-------------------------------------------|-------------------------------------------------------|------------------------------|------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                 | (dB)                                      | (K)                                                   | (dB)                         | (K)                                                  | (K)                                                                               | (K)                                                                                                    |
| Antena          |                                           |                                                       |                              |                                                      |                                                                                   |                                                                                                        |
|                 |                                           |                                                       |                              | 25,00                                                | 185,36                                                                            | 160,36                                                                                                 |
| Wejście ant.    | 0,10                                      | 6,75                                                  | -0,10                        |                                                      |                                                                                   |                                                                                                        |
|                 |                                           |                                                       |                              | 31,03                                                | 181,14                                                                            | 150,11                                                                                                 |
| Falowód         | 0,20                                      | 13,67                                                 | -0,20                        |                                                      |                                                                                   |                                                                                                        |
|                 |                                           |                                                       |                              | 42,69                                                | 172,99                                                                            | 130,30                                                                                                 |
| BPF             | 0,40                                      | 27,98                                                 | -0,40                        |                                                      |                                                                                   |                                                                                                        |
|                 |                                           |                                                       |                              | 64,45                                                | 157,77                                                                            | 93,32                                                                                                  |
| LNA             | 1,20                                      | 92,29                                                 | 50,00                        |                                                      |                                                                                   |                                                                                                        |
|                 |                                           |                                                       |                              | 1,57E+07                                             | 1,58E+07                                                                          | 1,03E+05                                                                                               |
| Kabel koncent.  | 10,00                                     | 2610,00                                               | -10,00                       |                                                      |                                                                                   |                                                                                                        |
|                 |                                           |                                                       |                              | 1,57E+06                                             | 1,58E+06                                                                          | 1,00E+04                                                                                               |
| Mikser & p.cz.  | 15,00                                     | 8880,61                                               | 40,00                        |                                                      |                                                                                   |                                                                                                        |
|                 |                                           |                                                       |                              | 1,58E+10                                             | 1,58E+10                                                                          | 1,13E+07                                                                                               |
| A/C             | 45,89                                     | 1,13E+07                                              | 0,00                         |                                                      |                                                                                   |                                                                                                        |

Nadmiarową temperaturę szumów przetwornika, wynikającą z kwantowania próbek sygnału, obliczono, zakładając, że działa on w zakresie napięć od  $U_{\max} = 2,5 \text{ V}$  do  $-U_{\max} = -2,5 \text{ V}$ , ma rozdzielczość  $M = 14$  bitów i działa z prędkością  $C = 1 \text{ Mpróbk/s}$ . Całkowita moc szu-



mów kwantowania wydzielona na oporniku  $R_0 = 50 \Omega$  wyraża się wtedy znanym wzorem [9]:

$$P_7 = \frac{U_{\max}^2}{12 \cdot R_0 \cdot 2^{2 \cdot M - 2}}.$$

Zakładając, że szerokość pasma przenoszenia przetwornika  $W = C$ , otrzymuje się gęstość widmową mocy:

$$N_7 = \frac{P_7}{W} = \frac{U_{\max}^2}{12 \cdot R_0 \cdot 2^{2 \cdot M - 2} \cdot C} \approx 1,55 \cdot 10^{-16} \text{ W/Hz},$$

co daje zastępczą temperaturę szumów kwantowania:

$$T_e(7) = \frac{N_7}{k_B} \approx 11,25 \cdot 10^6 \text{ K}.$$

Obliczenia dotyczące temperatury szumów kwantowania przetwornika A/C są bardzo uproszczone, ponieważ jest to ostatni rozważany stopień przetwarzania i w najmniejszym stopniu wpływa na zastępczą temperaturę szumów sprowadzoną do wejścia odbiornika. Szumy kwantowania mają około 100 razy mniejszą moc od mocy szumów przenoszonych na wejście przetwornika przez poprzednie stopnie przetwarzania.

W tablicy 3.1 policzono też temperaturę zastępczą nadmiarowych szumów sprowadzonych do wejścia każdego stopnia:

$$T_E(N) = T_s(N) - T_i(N).$$

Ostatecznie zastępcza temperatura szumów na wyjściu przetwornika A/C sprowadzonych do wejścia antenowego odbiornika wynosi  $T_s(1) = 185,36 \text{ K}$ . Pozwala to oszacować minimalny poziom sygnału użytecznego, pozwalający na poprawny odbiór danych, czyli czułość odbiornika. W tym celu można użyć wzoru określającego absolutne minimum Shannona, czyli minimalną energię  $\varepsilon_b$  potrzebną na przesłanie jednego bitu informacji [8]:

$$\varepsilon_b \geq N_0 \ln 2,$$

gdzie  $N_0$  to jednostronna gęstość widmowa mocy szumów w kanale AWGN. W naszym przypadku  $\varepsilon_b = P/R$ , gdzie  $P$  to moc odbieranego sygnału na wyjściu anteny, a  $R$  to prędkość transmisji danych, bez uwzględniania bitów nadmiarowych wynikających z kodowania danych w kanale. Natomiast  $N_0 = k_B \cdot T_s(1)$ . W rezultacie:

$$P \geq k_B \cdot T_s(1) \cdot R \cdot \ln 2.$$

Jeżeli przyjmimy  $R = 1 \text{ Mbit/s}$ , to  $P \geq -117,5 \text{ dBm}$ . Jest to oczywiście oszacowanie dolne czułości odbiornika. □

## 3.7. Podsumowanie

Analiza szumów pozwala na określenie maksymalnej prędkości transmisji danych wynikających z teorii informacji. Do niedawna granice te wydawały się nieosiągalne, a wielu praktyków kwestionowało nawet ich istnienie. W ostatnich latach rozwój techniki cyfrowej spowodował, że wiele systemów teleinformatycznych osiągnęło kres swoich możliwości. Klasycznym przykładem jest akustyczny modem telefoniczny. Kiedy w latach 80. XX w. firma Codex wprowadziła na rynek modem o prędkości transmisji  $19 \text{ kbit/s}$  przeznaczony dla czteroprzewodowych linii dzierżawionych, wielu specjalistów było zaskoczonych jego „ogromną prędkością”. Dziś nawet modemy zgodne z normą ITU V.90 o prędkości transmisji  $56 \text{ kbit/s}$ , które bliskie są pojemności klasycznego cyfrowego pola komutacyjnego –  $64 \text{ kbit/s}$ , są tylko szacownymi eksponatami muzealnymi. I niczego nie zmienia fakt, że w modemie V.90 wykorzystuje się najbardziej wyrafinowane metody cyfrowego przetwarzania sygnałów i kodowania danych.

## Bibliografia

- [1] <https://www.analog.com/en/design-center/design-tools-and-calculators/ltspice-simulator.html> [dostęp: 28-10-2022].
- [2] <https://www.nxp.com/products/no-longer-manufactured/npn-9-ghz-wideband-transistor:BFG540> [dostęp: 28-10-2022].
- [3] *IRE Standards on Methods of Measuring Noise in Linear Twoports*, 1959, Proceedings of the IRE **48** (1960), Nr 1, 60–68.
- [4] P. Antognetti, G. Massobrio [red.], *Semiconductor Device Modelling with SPICE*, McGraw-Hill Book Company, 1988.
- [5] R. L. Freeman, *Radio system design for telecommunications*, John Wiley & Sons, New York 1997.
- [6] L. Hasse, L. Spiralski, *Szumy elementów i układów elektronicznych*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1981.

- [7] S. Haykin, *Systemy telekomunikacyjne*, Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, Warszawa 1998.
- [8] J. Izydorczyk, W. Sułek, P. Zawadzki, *Kody i szyfry*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2017.
- [9] J. Izydorczyk, G. Tyma, G. Płonka, *Teoria sygnałów. Wstęp. Kompendium wiedzy na temat sygnałów i metod ich przetwarzania*, Helion, wydanie 2, Gliwice 2006.
- [10] A. R. Kerr, J. Randa, *Thermal Noise and Noise Measurements—A 2010 Update*, IEEE Microwave Magazine **11** (2010), Nr 6, 40–52.
- [11] J. Kucera, U. Lott, *The Communications Handbook*, rozdz. Low Noise Amplifier Design, CRC Press & IEEE Press, Boca Ration 1996.
- [12] B. M. Oliver, *Thermal and quantum noise*, Proceedings of the IEEE **53** (1965), Nr 5, 436–454.
- [13] A. K. Poddar, U. L. Rohde, A. M. Apte, *How Low Can They Go?: Oscillator Phase Noise Model, Theoretical, Experimental Validation, and Phase Noise Measurements*, IEEE Microwave Magazine **14** (2013), Nr 6, 50–72.
- [14] M. W. Pospieszalski, *Interpreting transistor noise*, IEEE Microwave Magazine **11** (2010), Nr 6, 61–69.
- [15] W. Pritchard, *The communications handbook*, rozdz. The Calculation of System Temperature for a Microwave Receiver, CRC Press & IEEE Press, Boca Ration 1996.
- [16] A. Riddle, *The communications handbook*, rozdz. Noise Measurements, CRC Press & IEEE Press, Boca Ration 1996.
- [17] M. Rudolph, P. Heymann, H. Boss, *Impact of receiver bandwidth and nonlinearity on noise measurement methods [application note]*, IEEE Microwave Magazine **11** (2010), Nr 6, 110–121.
- [18] L. I. Schiff, *Mechanika kwantowa*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1987.



# Skorowidz

- Algorytm Deutscha 468
- Analit 391
- Analiza
  - „pieczątką” elementu 13
  - macierz admitancyjna 12, 15
  - metoda potencjałów węzłowych 12
  - symboliczna
    - dopełnienia sumaryczne 22
    - dopełnienia wielokrotne 20
    - duże obwody 47
    - ekstrakcja elementu 24
    - ekstrakcja elementów 37
    - komercyjne i darmowe narzędzia 20
    - operator zazębiana dopełnień 40
    - reguła Cramera 18
    - rekurencja 46
    - równoległa analiza 35
    - układ MIMO 29
    - układ z wieloma wejściami 19
    - upraszczanie wyników 9
    - wady i zalety 6
    - wielkość wzorów 7
    - wielokrotne sumaryczne dopełnienia –
      - algorytmy 31
    - wszystkie immitancje 25, 29
    - wzór z „klocków” 41
  - wielostopniowy dzielnik napięcia 8
  - wrażliwościowa 60
- Antena
  - pillbox 254
  - szczelinowa 229
  - Yagi-Uda 270
- Aptamery 395
- Autotransformator 277
- Balun 294
- Baza 436
  - dualna 462
  - obliczeniowa 436, 461
  - ortonormalna 436
- BioczuJNIk 392
- Bramka
  - Hadamarda 462
  - kontrolowanej negacji 463
  - negacji 462
  - odwrócenia bitu 462
  - odwrócenia fazy 462
- CB radio 279
- Cheese antenna 254
- CMRR 73
- Cykl Carnota 92
- Częstotliwość środkowa 79, 80, 171
- Dipol
  - prosty 258
    - charakterystyka 261
    - oporność promieniowania 262
    - reaktancja 265
    - rozkład prądu 259
- Dobroć
  - filtru 79
  - obwodu rezonansowego 92
  - rezonatora 183
- Dopasowanie 200
- Dyspersja
  - chromatyczna
    - falowodowa 227
    - materiałowa 227
  - modalna 225
- EIRP 320
- Energia oscylatora 95
- Fale
  - TE 217
  - TEM 217
  - TM 217
- Falowód 217
  - światłowod 224, 227, 230
- Filtr
  - Czebyszewa 131
  - dwupasmowy 180
  - kanoniczny 181

- niesymetryczny 132
- pasmowoprzepustowy 79
- pseudoeliptyczny 131
- Funkcja
  - Bessela 328
  - biliniowa 66
  - brzegowa 439
  - charakterystyczna 131
    - Czebyszewa 131
    - pseudoeliptyczna 131
  - globalna 439
  - lokalna 439
  - odwrotna
    - cosinus hiperboliczny 133
  - rozkładu 439
  - układowa 61
    - odchyłka bezwzględna 61
    - odchyłka względna 61
  - zewnętrzna grafu 440
- Graf
  - Forneya 439
  - kwantowy 476
- Głębokość naskórkowa 211
- Horyzont radiowy 316
- Iloczyn Kroneckera 438, 442
- Impedancja próżni 199
- Indukcyjność jednostkowa 194
- Kanał
  - dwudrogowy 331
  - MIMO 340
  - Rayleigha 330
  - Rice'a 328
  - SIMO 337
- Kondensator dostrojczy 74
- Krarupizacja 207
- Kąt
  - Brewstera 241
  - stratności
  - tangens 214
- Linia ćwierćfalowa 296
- Macierz
  - admitancyjna 99
  - Pauliego 461
  - przejścia 447
  - łańcuchowa 99
  - śląd częściowy 443
- Membrana jonoselektywna 413
- Metoda
  - czynnika Y 109
  - podwojenia mocy 111
- Minimum Shannona
  - absolutne 125
- Model
  - ewolucji
    - Stinespringa 456
    - unitarny 450
  - Okumury-Hata 322
- Mody promieniowania 221
- Najgorszy przypadek 69
- Napięcie
  - progowe 410
  - różnicowe 67
  - wspólne 68
- Nierówność Schwartza 339
- Nullator, norator i nullor 39
- Obrót 160
- Obserwabla 452
- Obwód
  - circle 177
  - Cul-de-Sac 173
  - kanapkowy 162
  - karuzela 177
  - pasmowoprzepustowy 79
  - prototypowy 151
  - puzon 173
  - równoważny 159
  - różnorodność symboli 4
  - schemat ideowy 2
  - strzała 177
  - symbole cewki 4
  - symbole kondensatorów 4
  - symbole rezystora 3
  - symbole sterowanych źródeł napięcia 4
  - symbole sterowanych źródeł prądu 4
  - symbole źródeł napięcia 4
  - symbole źródeł prądu 4
  - szeregowy 169
- Odchyłka
  - bezwzględna
    - funkcji układowej 61
    - wartości elementu 60
  - względna
    - funkcji układowej 61
    - wartości elementu 60
- Okręgi
  - stałego
    - szumu 104
    - wzmocnienia 106
- Operacja
  - domknięcia 440
  - otwarcia 440
- Operator
  - gęstości stanów 449
  - hermitowski 437, 452

- Krausa 458
- rzutowy 438
- unitarny 437
- Oporność falowa 198
- Para EPR 467
- Parametry
  - szumowe
  - tranzystora bipolarnego 101
- Pasmo przenoszenia 81, 171
- Pojemność
  - jednostkowa 193
  - kanału 335
- Prawo
  - Coulomba 237
  - Kirchhoffa 10
    - I prawo (KCL) 10
    - II prawo (KVL) 11
- Proces Markowa 446
  - ukryty 447
- Przestrzeń
  - Hilberta 435
  - liniowa 435
  - wektorowa 435
- Przetwornik
  - z falą akustyczną 398
- Przewód koncentryczny 192
- Prędkość
  - fazowa 223
  - grupowa 223
  - rozchodzenia fal 197
  - światła w próżni 199
- Punkt
  - Diraca 416
- Pupinizacja 206
- Płaszczyzna
  - Gaussa 145
  - obrotu 160
- Reguła minimalnej ścieżki 168
- RG-58 194
- Rozkład prawdopodobieństwa 445
  - Bernoullego 97
  - Rice'a 328
  - warunkowy 446
  - Weibulla 332
  - łączny 445
- Rozpraszanie Rayleigha 307
- Rozrzut parametrów 60
- Rząd filtru 131
- Równania
  - Coltriego 152
  - Kirchhoffa 10
    - I prawo (KCL) 10
    - II prawo (KVL) 11
  - Maxwella 218
- Równanie
  - falowe 190
  - telegrafistów 191
- Selektywność filtru
  - dolnoprzepustowego 132
- Siła elektromotoryczna
  - Faradaya 211
- Skok pupinizacji 206
- Spice
  - model małosygnałowy 14
- Stabilizator
  - kompensacyjny 76
  - napięcia 65
- Stan
  - Bella 467
  - czysty 449
  - mieszany 449
  - separowalny 467
  - spłątany 467
  - spłątany maksymalnie 468
- Stała
  - Boltzmannna 93
  - Diraca 95
  - Plancka 96
- Stopa błędów 332
- Strefa
  - Fresnela 316
  - pola
    - dalekiego 235
- Stroik 291
- Strojenie filtru pasmowoprzepustowego 79
- Symetryzator 293
  - back-to-back 298
  - marchand balun 299
  - pętlowy 295
- Szereg Taylora 62
- Szum śrutowy
  - model 98
- Topologia obwodu
  - gałąź 10
  - oczko 11
  - węzeł 10
- Transformator symetryzujący 302
- Tranzystor
  - HEMT 112
  - polowy FET 410
  - polowy ISFET 412
  - polowy MOSFET 410
- Tłumienność 205, 209
- Unipol 262
  - oporność promieniowania 263
- Wartość własna 437

Wektor  
   Poyntinga 239  
   własny 437  
 Wrażliwość 62  
   ilorazu 67  
   półwzględna 70  
 Współczynnik  
   dobroci 80  
   fali stojącej 202  
   gotowości łącza 329  
   odbicia 200  
   szumów 102  
     nadmiarowy 109  
     minimalny 104  
   temperaturowy  
     prądu 88  
     względny 84  
   wrażliwości 62  
     półwzględnej 70  
 Wykres Smitha 292  
 Wzmacniacz  
   oporowy 85  
   różnicowy 67  
 Wzmocnienie mocy  
   dysponowane 106  
 Wzór  
   Callena-Weltona 95  
   Friisa 121  
   Johnsona-Nyquista 94  
   Plancka 95  
 Węzeł  
   równości 444  
  
 Zjawisko naskórkowe 210  
 Zmiany starzeniowe 60  
 Zmienna  
   losowa  
     niezależna 446  
     warunkowo niezależna 446  
   swobodna 440  
   wewnętrzna 440  
  
 Żyrator 151



# PROGRAM PARTNERSKI

— GRUPY HELION —



1. ZAREJESTRUJ SIĘ
2. PREZENTUJ KSIĄŻKI
3. ZBIERAJ PROWIZJĘ

Zmień swoją stronę WWW w działający bankomat!

**Dowiedz się więcej i dołącz już dzisiaj!**

<http://program-partnerski.helion.pl>

GRUPA  
**Helion**

# ELEKTRONIKA

## OD ANALIZY SYMBOLICZNEJ DO OBLICZEŃ KWANTOWYCH

Elektronika towarzyszy nam na każdym kroku. Bez niej — dziedziny techniki i nauki zajmującej się wytwarzaniem i przetwarzaniem sygnałów w postaci prądów i napięć elektrycznych lub pól elektromagnetycznych — nie byłoby telefonu, radia, telewizora, radaru, komputera, smartfona, internetu i... Właściwie nie byłoby żadnego z urządzeń i udogodnień XXI wieku, z których korzystamy na co dzień, nie zastanawiając się nawet, jak działają ani jak są zbudowane.

Tymczasem obwody elektroniczne przenikają każdy aspekt naszego życia. Bez nich cywilizacja w obecnym kształcie przestałaby istnieć. Zagrożenie wcale nie jest aż tak małe, jak się wydaje. Elektronika to niebanalna dziedzina, wykształcenie specjalistów i przekazanie im odpowiedniej wiedzy wymaga wysiłku. Należy zacząć od podstaw — i stąd pomysł na cykl publikacji poświęconych najważniejszym zagadnieniom związanym z elektroniką. W tej książce znalazły się takie zagadnienia jak:

- Analiza symboliczna i analiza wrażliwości
- Teoria szumów
- Filtry pasywne
- Linie transmisyjne i anteny
- Propagacja fal EM
- Chemorezystancyjne sensory gazów na bazie tlenków metali i biosensory
- Obliczenia kwantowe

**Helion** 



helion.pl



HELION S.A.  
ul. Kościuszki 1c  
44-100 Gliwice  
tel.: 32 230 98 63  
helion@helion.pl

**KOD KORZYŚCI**

*Sięgnij po więcej!* ►



ISBN 978-83-289-0460-6



Cena: 99,00 zł