

JACEK TOMASIEWICZ

ZAPRZYJAŹNIJ SIĘ Z ALGORYTMAMI



PRZEWODNIK DLA POCZĄTKUJĄCYCH I ŚREDNIO ZAAWANSOWANYCH

ZAPRZYJAŻNIJ SIĘ Z ALGORYTMAMI

*Mojej mamie, Irenie Tomaszewicz,
oraz przyszłej żonie, Sylwii Stacheckiej*

JACEK TOMASIEWICZ

ZAPRZYJAŻNIJ SIĘ Z ALGORYTMAMI

PRZEWODNIK DLA POCZĄTKUJĄCYCH
I ŚREDNIO ZAAWANSOWANYCH



[Kup książkę](#)

Projekt okładki i stron tytułowych **Hubert Zacharski**

Ilustracja na okładce **Ph_Dabphimsri/Shutterstock**

Wydawca **Łukasz Łopuszański**

Redaktor prowadzący **Jolanta Kowalczuk**

Koordynator produkcji **Anna Bączkowska**

Skład i łamanie **Fixpoint**

Książka, którą nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy, abyś przestrzegał praw, jakie im przysługują. Jej zawartość możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym. Ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. A kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

Szanujmy cudzą własność i prawo
Więcej na www.legalnakultura.pl
Polska Izba Książki

Copyright © by Wydawnictwo Naukowe PWN SA

Warszawa 2016

ISBN 978-83-01-18466-7

Wydanie I

Warszawa 2016

Wydawnictwo Naukowe PWN SA
02-460 Warszawa, ul. Gottlieba Daimlera 2
tel. 22 69 54 321, faks 22 69 54 288
infolinia 801 33 33 88
e-mail: pwn@pwn.com.pl, www.pwn.pl

Druk i oprawa: OSDW Azymut Sp. z o.o.

[Kup książkę](#)



Spis treści

Wprowadzenie	XI
Od autora	XIII
1. Złożoność czasowa	1
Porównanie różnych złożoności czasowych	2
Limit czasu	3
Złożoność pamięciowa	4
Ćwiczenie	4
Zadania treningowe	5
Żabka ★	5
Chodnik ★★	6
Taśma ★★	7
Rozwiązania	8
2. Zliczanie elementów	9
Ćwiczenie	10
Zadania treningowe	11
Permutacja ★	11
Ropucha ★★	12
Przyciski ★★★	13
Rozwiązania	14
3. Sumy prefiksowe	16
Ćwiczenie	17
Zadania treningowe	18
Długa taśma ★	18
Samochody ★★	19

Chomiki ★★★	20
Rozwiązania	21
4. Sortowanie	22
Sposób 1: sortowanie przez wybieranie	22
Sposób 2: sortowanie przez zliczanie	23
Sposób 3: sortowanie przez scalanie	24
Funkcje sortujące	24
Ćwiczenie	25
Zadania treningowe	25
Iloczyn ★	25
Gwoździe ★★	26
Tory kolejowe ★★★	27
Rozwiązania	28
5. Stos i kolejka	30
Stos	30
Kolejka	31
Ćwiczenie	32
Zadania treningowe	32
Nawiasy ★★	32
Ryby ★★★	33
Cukiernia ★★★	34
Rozwiązania	35
6. Wyszukiwanie lidera	37
Sprawdzenie kandydata	37
Rozwiązanie o złożoności $O(n^2)$	38
Rozwiązanie o złożoności $O(n \log n)$	38
Rozwiązanie o złożoności $O(n)$	39
Ćwiczenie	40
Zadania treningowe	41
Dwie części ★★	41
Bajtocka flaga ★★★	42
Lider prefiksowy ★★★	43
Rozwiązania	44
7. Spójny podciąg o maksymalnej sumie	45
Rozwiązanie o złożoności $O(n^3)$	45
Rozwiązanie o złożoności $O(n^2)$	46
Rozwiązanie o złożoności $O(n)$	46
Ćwiczenie	47
Zadania treningowe	49
Odcudzenie ★	49
Bilet ★★	49

Praca domowa ★★ ★	51
Rozwiązania	51
8. Liczby pierwsze i złożone	53
Liczenie dzielników	53
Test pierwszości w czasie $O(\sqrt{n})$	54
Ćwiczenie	54
Zadania treningowe	56
Obwód ★	56
Szczyty ★★	56
Flagi ★★ ★★	57
Rozwiązania	58
9. Sito Eratostenesa	61
Faktoryzacja	62
Ćwiczenie	63
Zadania treningowe	64
Tablica liczb ★★	64
Liczby półpierwsze ★★ ★	64
Liczby doskonałe ★★ ★	65
Rozwiązania	66
10. Algorytm Euklidesa	68
Najmniejsza wspólna wielokrotność	69
Ćwiczenie	69
Zadania treningowe	69
Mandarynki ★	69
Wesoła małpka ★★	70
Zbiór pierwszych ★★ ★	71
Rozwiązania	72
11. Ciąg Fibonacciego	73
Ćwiczenie	74
Zadania treningowe	74
Zajęczek ★★	74
Drabina ★★ ★	75
Spotkanie ★★ ★★	76
Rozwiązania	77
12. Wyszukiwanie binarne	79
Intuicja	79
Implementacja	80
Wyszukiwanie binarne po wyniku	81
Ćwiczenie	81
Zadania treningowe	82

Promień ★★	82
Deski ★★★	82
Tort ★★★	83
Rozwiązania	85
13. Gąsienica	87
Przykład użycia	87
Ćwiczenie	88
Zadania treningowe	89
Smakolyki ★★	89
Wycinek ★★★	90
Temperatura ★★★★★	90
Rozwiązania	92
14. Programowanie zachłanne	94
Problem wydawania reszty	94
Dowodzenie poprawności	95
Ćwiczenie	95
Zadania treningowe	96
Sznurki ★★	96
Bracia ★★★	97
Szkłanki ★★★	98
Rozwiązania	99
15. Programowanie dynamiczne	101
Problem wydawania reszty	101
Ćwiczenie	103
Zadania treningowe	104
Pionek ★	104
Wybrzeże ★★★	105
Ładny ciąg ★★★	106
Rozwiązania	107
16. Drzewa binarne	110
Pełne drzewo binarne	111
Reprezentacja drzew binarnych	111
Binarne drzewa wyszukiwania (BST)	112
Ćwiczenie	112
Zadania treningowe	113
Drzewko binarne ★	113
Nieskończone drzewko ★★	114
Drzewko ★★★	115
Rozwiązania	116

17. Kolejka priorytetowa	119
Kopiec binarny	119
Wstawienie elementu do kopca $O(\log n)$	120
Usunięcie elementu maksymalnego $O(\log n)$	121
Tworzenie nowego kopca z listy elementów $O(n)$	122
Ćwiczenie	123
Zadania treningowe	124
Emeryci ★★	124
Bilety ★★★	124
Tamy ★★★★★	125
Rozwiązania	127
18. Algorytmy grafowe BFS i DFS	128
Rodzaje grafów	129
Reprezentacja grafu	130
DFS, czyli przeszukiwanie grafu w głąb	132
BFS, czyli przeszukiwanie grafu wszerz	133
Ćwiczenie	134
Zadania treningowe	134
Lista kontaktów ★★	134
Las ★★★	135
Wyprawa króla ★★★★★	136
Rozwiązania	137
A. Kolejne tematy	139
Algorytm Dijkstry	139
Średnica drzewa	139
Zbiory rozłączne	139
Algorytm Prima i Kruskala	139
Sortowanie topologiczne	140
Drzewo licznikowe	140
Szybkie potęgowanie	140
Koszt zamortyzowany	140
Najdłuższy rosnący podciąg	140
Teoria gier	140
Algorytm Knutha–Morrisa–Pratta	141
Haszowanie tekstów	141
Algorytm Karpa–Millera–Rosenberga	141
Szukanie palindromów i algorytm Manachera	141
Najdłuższy wspólny podciąg	141
Programowanie dynamiczne na drzewach	141
Podstawy geometrii obliczeniowej	142
Sortowanie kątowe	142
Otoczka wypukła	142
Para najmniej i najbardziej oddalonych punktów	142

Maski bitowe	142
Najniższy wspólny przodek	142
Silnie spójne składowe	143
Mosty i punkty artykulacji	143
Cykl Eulera	143
Przepływy i skojarzenia	143
B. STL	144
Para elementów	144
Wektor	145
Kolejka	148
Kolejka priorytetowa	149
Minimum, maksimum i zamiana	150
Sortowanie	150
Permutacje	151
Mieszanie	152
Wskaźniki w C++	152
Iteratory	153
Wyszukiwanie binarne	154
Lista	154
Zbiór i multizbiór	155
Mapa	156
Bibliografia	157
Skorowidz	158
Opinie i komentarze	161



Wybitny izraelski informatyk Dawid Harel w swojej znakomitej książce *Rzecz o istocie informatyki*. Algorytmika napisał: *Przepisy określiliśmy mianem algorytmów, obszar zaś ludzkich dociekań, wiedzy i doświadczeń dotyczących algorytmów nazwiemy algorytmiką*. I dalej: *Algorytmika to więcej niż dział informatyki. Tkwi ona w centrum wszystkich działów informatyki*. W tym miejscu przypomnijmy jeszcze słowa Donalda Knutha (pierwszego badacza, który zajął się systematycznym badaniem algorytmów) z jego trylogii *Sztuka programowania*: *Proces przygotowywania programu dla komputera cyfrowego jest pociągający nie tylko ze względu na potencjalne korzyści ekono-*

miczne czy naukowe. Wiązą się z nim również przeżycia estetyczne, podobne do tworzenia poezji lub komponowania muzyki.

Książka Jacka Tomasiewicza jest znakomitą wprowadzeniem w świat algorytmów i programowania dla początkujących i średnio zaawansowanych, którzy chcą osiągnąć mistrzostwo w najbardziej podstawowym dziale informatyki, jakim jest algorytmika. Znakomicie dobrane zadania i odpowiednie stopniowanie trudności pozwalają początkującym informatykom zapoznać się z podstawowymi metodami projektowania i analizowania algorytmów ze szczególnym uwzględnieniem ich złożoności obliczeniowej. Autor zebrał zadania, które z powodzeniem wykorzystywał na zajęciach z młodymi adeptami algorytmiki ze szkół ponadgimnazjalnych i gimnazjów. Jako młody człowiek, finalista Olimpiady Informatycznej, doskonale rozumie, co jest najtrudniejsze w poznawaniu algorytmiki na początkowym etapie. Dlatego stara się trudne tematy tłumaczyć bez specjalnego formalizmu, językiem w pełni zrozumiałym nawet dla gimnazjalisty.

Książka Jacka Tomasiewicza jest godna polecenia nie tylko wszystkim zainteresowanym algorytmiką i programowaniem. Będzie także pomocna w powszechnym nauczaniu algorytmiki w gimnazjach i szkołach ponadgimnazjalnych. Zbioru zadań z przystępnymi zadaniami algorytmicznymi bardzo brakowało. Gorąco polecam książkę autorstwa Jacka Tomasiewicza!

prof. dr hab. Krzysztof Diks

Przewodniczący Komitetu Głównego Olimpiady Informatycznej
Instytut Informatyki Uniwersytetu Warszawskiego